

四版高中数学教材三角函数“探究引导路径”比较研究

高娅妮 吕佳^(通讯作者)

延安大学 陕西 延安 716000

【摘要】：为考察新课标背景下高中数学教材对三角函数探究的引导方式，选取人教A版、北师大版、苏教版、湘教版相关内容，围绕“概念建构—探究推进—素养达成”三个维度设置六个二级指标，采用1—4级相对赋分分析，形成比较矩阵并以雷达图呈现。结果显示：人教A版突出单位圆贯通和大单元整合，北师大版重视周期现象先导和图象再认识，苏教版强调逻辑推进和规范训练，湘教版侧重章首问题串与活动资源。多版本差异提示：教学应整合单位圆、问题串和模型应用，促进学生由公式记忆走向概念理解、性质探究和模型解释。

【关键词】：高中数学教材；三角函数；探究引导路径；单位圆；核心素养

DOI:10.12417/2705-1358.26.15.018

引言

三角函数与幂函数、指数函数、对数函数主要沿“解析式—图象—性质—应用”展开不同，其学习涉及任意角、弧度制、单位圆、周期性和模型应用等多重联系。若教材仅将其处理为定义、公式和运算规则，学生易停留在求值、化简层面；若能引导学生经历“为何引入任意角和弧度制—为何借助单位圆定义—怎样由点的运动发现性质—怎样用函数模型解释周期现象”的过程，三角函数可成为发展直观想象、逻辑推理和数学建模素养的载体。

《普通高中数学课程标准（2017年版2025年修订）》要求学生了解任意角和弧度制，体会引入弧度制的必要性，借助单位圆理解三角函数定义，并利用几何直观和代数运算研究性质^[1]。这要求三角函数教学既要关注结果性知识，也要关注知识发生过程。

关于三角函数教材内容，已有丰富研究。章建跃强调三角函数应借助单位圆建立概念，并用几何直观和代数运算研究性质^[2]；相关研究也指出单位圆有利于凸显三角函数的函数本质，统一图象、性质和公式推导^[3,4]。毛士奇调查显示学生易混淆“角、弧度、实数、自变量”^[5]；康玥媛等从度量单位统一、进制统一和数学内在一致性等方面论证弧度制引入的必要性^[6]。教材比较方面，已有成果从结构与新旧版本比较^[7-10]、例习题难度与功能^[11,12]、多版本比较及中外比较^[13-18]等角度揭示三角函数内容的编写差异。这些研究表明，三角函数教材比较已有较充分的知识结构和习题分析基础，但对教材探究过程的讨论仍有拓展空间。

从已有研究可得到一个基本判断：三角函数教材比较不应只停留在章节顺序、知识点覆盖和习题数量层面，还应关注教材如何引导学生理解三角函数的发生过程。据此，本文将“探究引导路径”作为核心关切，考察教材通过情境、问题、图形、操作、推理、栏目和习题等文本要素，引导学生经历概念生成、性质发现、公式证明和模型应用的组织方式。

1 研究设计

1.1 研究对象与内容边界

本文的研究对象为四版高中数学教材中三角函数相关内容：人教A版《数学·必修第一册》第五章、北师大版《数学·必修第二册》第一章及第四章、苏教版《数学·必修第一册》第七章、湘教版《数学·必修第一册》第五章和《数学·必修第二册》第二章。四个版本具有共同的课程标准基础，同时在概念入口、栏目系统和探究活动安排上差异较明显，适合同题比较。

由课程标准和已有研究可见，单位圆、问题串和模型应用分别连接着三角函数的几何生成、探究过程和现实解释价值。在概念进入环节，任意角、弧度制和单位圆定义影响学生能否理解三角函数从几何对象走向函数对象；性质和公式学习环节，单位圆、图象、问题串和符号推理影响学生能否经历观察、归纳和解释；应用转化环节，例习题和周期现象任务影响学生能否把三角函数看作刻画周期变化的模型。因此，单位圆、问题串和模型应用适合作为观察教材探究引导方式的重要切入点，弧度制作为概念建构中的关键节点也应纳入比较的视野。由此纳入分析的内容包括：任意角、弧度制、三角函数概念、诱导公式、图象与性质、函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 、三角恒

作者简介：高娅妮（2002—），女，在读硕士，研究方向：学科教学（数学）。

吕佳（1982—），男，硕士，副教授，研究方向：学科教学（数学）。

通信作者：吕佳。

等变换和应用。正弦定理、余弦定理、复数三角表示等虽与三角知识有关，但不作为核心分析对象。具体教材与内容边界见表1。

表1 分析教材与内容边界

版本	分析册次与章节	纳入分析的主要内容
人教A版	必修第一册第五章“三角函数”	任意角、弧度制、概念、诱导公式、图象性质、恒等变换、应用
北师大版	必修第二册第一章“三角函数”、第四章“三角恒等变换”	周期变化、任意角、弧度制、正弦余弦概念与性质、图象再认识、应用、恒等变换
苏教版	必修第一册第七章“三角函数”及相关后续内容	角与弧度、三角函数概念、图象性质、应用及相关变换
湘教版	必修第一册第五章、必修第二册第二章相关内容	任意角与弧度制、任意角三角函数、图象性质、模型应用、恒等变换

1.2 分析框架与比较指标

探究教材引导路径主要回答三个问题：第一，如何引入任意角、弧度制和三角函数概念；第二，如何利用单位圆、问题串、图象、符号推理和信息技术推动学生发现性质、理解参数和证明公式；第三，如何通过例题、习题和应用活动促进核心素养的发展。

为使三个问题密切联系教材文本，研究设计采用“概念建构—探究推进—素养达成”的三维框架。每个维度设置两个二级指标，共六个指标。指标设置遵循三条原则：一是与分析框架对应，避免比较维度与观察点脱节；二是贴合三角函数学习的关键环节，覆盖弧度制、单位圆、函数本质、问题串、例题和模型应用等核心内容；三是能够在教材文本中找到可观察对象，如章引言、节标题、概念引入段落、思考探究栏目、图象说明、例题、习题和应用活动等。六个指标的含义见表2。

表2 分析维度与二级指标

一级维度	二级指标	主要观察内容	设置理由
概念建构	C1 概念入口的探究性	直接给出定义，或通过情境、问题、已有经验或数学需要引出概念。	回应“学生怎样进入三角函数学习”
	C2 概念本质的显化程度	是否解释弧度制必要性、角与实数对应、单位圆定义价值和函数本质。	回应“为什么这样定义三角函数”

探究推进	P1 单位圆使用深度	单位圆是图示辅助定义工具、性质探究工具，还是贯穿概念、性质和公式的工具。	单位圆是三角函数概念和性质生成核心载体。
	P2 问题串与活动推进层次	是否通过递进问题、操作、图象观察、数学实验等推动探究。	问题串与活动体现教材对学习过程的组织。
素养达成	L1 例题功能层次	例题主要用于示范、意义解释、规律探究还是迁移应用。	例题是核心素养落实的重要任务载体。
	L2 模型应用融入程度	周期模型应用是章末附加，还是参与概念理解、图象解释和参数意义建构。	模型应用体现三角函数刻画周期现象的价值。

（注：续表2）

1.3 赋分说明

为避免比较停留在零散印象，六个二级指标采用1—4级相对赋分，在文本细读基础上结构化呈现四版教材的相对差异。以C1、C2、P1、P2、L1、L2表示六个指标，每版教材得分构成六维向量，形成比较矩阵并以雷达图呈现。

实际判断时，先根据指标含义逐项提取教材文本证据，再结合文本出现位置、引导连续性和任务功能综合赋分。四级赋分含义：1分表示探究引导较弱，直接呈现结论或以基础训练为主；2分表示有一定辅助引导，出现情境、问题或图形，但主要服务于概念说明和常规练习；3分表示探究推进较明显，能推动学生观察、归纳、解释和迁移；4分表示探究贯通较充分，贯穿概念、性质、方法和应用，形成连续学习路径。为降低单一指标过细导致的交叉重复，弧度制必要性、多表征转换、核心素养指向分别纳入C2、P1或L1指标。

2 研究过程

确定分析范围后，将四版教材置于同一内容边界拆分。以章节为单位记录任意角、弧度制、三角函数概念、图象性质、恒等变换和应用等内容的位置关系，比较是集中安排、分章展开，或通过章首问题和延伸活动形成联系。处理后，章节组织不再只是目录信息，而成为判断教材整体探究路径的第一层材料。

随后将文本细分为可比较的材料单元，包括章引言、节标题、概念引入段落、思考探究栏目、单位圆图示、图象说明、例题、练习、习题组和应用活动等。比较时围绕同一知识点横向观察四版教材的处理方式。例如：“弧度制”记录是否说明必要性及角与实数对应；“三角函数概念”观察是从锐角三角函数推广、周期现象、单位圆还是函数对应进入；“图象与性质”记

录是否形成单位圆、图象、表格和符号推理的转换关系。

完成文本记录后，依据六个指标进行1—4级判断，赋分时重点考察引导是否出现、连续及是否推动观察、归纳、解释和应用等过程。例如：单位圆只作为辅助图形则得分较低，若参与概念生成、性质发现和公式理解则较高；问题串简单设问得分较低，若能由情境、操作、图象观察走向规律概括则较高。

最后将四版教材六项指标的判断整理为比较矩阵，以雷达图呈现差异，并结合文本证据归纳探究引导路径。整个比较过程涉及的材料单位与处理方式见表3。

表3 教材文本比较的材料单位与处理方式

材料单位	处理内容	对应的比较依据
章节单位	记录四版教材中知识点位置关系	判断整体组织路径和内容组合方式。
文本单位	提取章引言、节标题、概念引入、栏目、图示等。	判断概念入口、单位圆使用和问题活动设计
任务单位	整理例题、练习、习题组、实验、应用任务。	判断例题功能层次和模型应用融入程度。
横向对照	围绕共同内容比较四版处理方式。	支撑六个二级指标的等级判断。
结果形成	汇总各版本在六个指标上的表现，形成比较矩阵和雷达图，并结合文本证据归纳路径类型。	连接研究过程与结果分析。

3 结果与分析

3.1 章节组织与整体比较

四版教材均以新课标为依据，基本围绕“角与弧度—三角函数概念—图象性质—恒等关系—模型应用”主线展开。本节比较重点是知识点所在位置、串联问题及是否形成连续探究单元。四版教材章节组织整体比较结果见表4。

表4 四版教材章节组织比较

版本	探究引导路径	章节组织特征
人教A版	任意角和弧度制—三角函数概念—诱导公式—图象性质—恒等变换—应用	集中整合，单位圆贯通，大单元结构较明显
北师大版	周期变化—任意角—弧度制—正弦余弦概念性质—图象再认识—参数函数—正切—应用—恒等变换	周期先导，再认识结构明显

苏教版	角与弧度—三角函数概念—图象性质—三角函数应用及相关变换	逻辑推进，例题规范，基础训练稳定
湘教版	任意角与弧度制—任意角三角函数—图象性质—参数函数—模型应用；恒等变换另章	章首问题串、数学实验与文化资源突出

(注：续表4)

人教A版将三角函数与三角恒等变换集中安排，易形成从概念、性质到公式应用的整体结构；北师大版以“周期变化”为起点，先提供现实动机，再进入任意角、弧度制和三角函数概念；苏教版按角与弧度、概念、图象性质和应用的顺序推进，结构清晰，便于落实基础；湘教版也采用分步推进，但章首问题和活动资源更集中，适合将学生带入较完整的问题情境。四版教材在知识点覆盖上无根本差别，但在学习起点、内容整合方式和探究任务组织上呈现不同取向，为概念建构、探究推进和素养达成三个方面的比较提供了基础。

在章节组织比较的基础上，依据六个指标整理探究引导特征，结果见表5，雷达图见图1。分值来自章引言、节标题、概念引入、栏目、图象说明、例题和应用任务的综合赋分，用于呈现相对差异。

表5 四版教材六个指标比较矩阵

版本	C1	C2	P1	P2	L1	L2
人教A版	3	4	4	3	3	3
北师大版	4	4	4	3	3	4
苏教版	2	2	3	2	3	2
湘教版	4	4	3	4	3	4

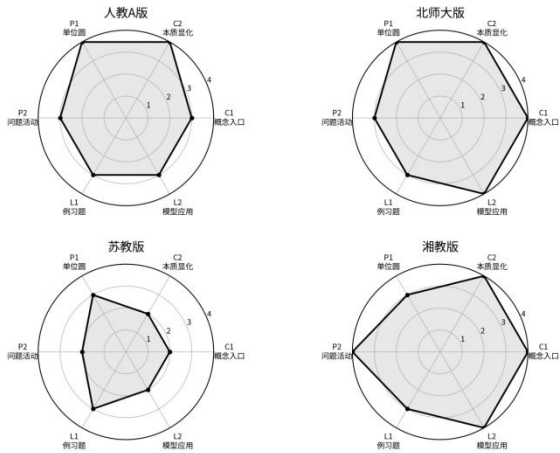


图1 四版教材探究引导指标雷达图

整体来看：人教A版在本质显化和单位圆使用方面较突出；北师大版在概念入口和模型应用方面表现明显；湘教版在问题串与活动推进方面优势集中；苏教版更接近规范、稳定的基础推进路径。

3.2 概念建构方面的差异

从C1和C2看，四版教材在概念入口上大体呈现两种方式：一种以锐角三角函数为基础逐步推广到任意角三角函数（苏教版接近）；另一种从圆周运动、周期变化或单位圆出发，将三角函数作为刻画周期现象的函数模型（北师大版和湘教版更接近）。人教A版介于两者之间，衔接任意角和弧度制，借助单位圆突出函数对应关系。

在概念本质显化方面，人教A版强调从函数视角重构概念，以单位圆上点的坐标确定函数值；北师大版以“周期变化”强调现实动机与数学对象的联系；湘教版章首问题连续追问弧度制、实数刻画、函数称谓和单位圆作用；苏教版保持线性推进，便于落实基础，但对“为什么称为函数”等问题的显化程度相对有限。

弧度制方面，四版均有安排，但必要性呈现程度不同：人教A版和北师大版重视角与实数之间的联系，湘教版通过章首问题直接追问，苏教版在换算、弧长和扇形面积等技能训练上体现较充分。综合来看，弧度制教学不宜停留在“定义—换算—练习”模式，应形成“度量需要—弧长半径比—角与实数对应—服务函数定义”的概念路径。

3.3 探究推进方面的差异

在单位圆使用深度方面，人教A版用单位圆定义三角函数，并借助对称性理解诱导公式和性质，概念、性质和公式联系紧密；北师大版在小节标题中反复呈现“单位圆与……”的关系，使单位圆成为性质再认识和图象理解的工具；湘教版突出单位圆与问题串、三角函数线、图象绘制和数学实验的结合；苏教版中单位圆更多用于定义和性质说明，贯穿性相对有限。

在问题串与活动层次方面，人教A版的问题引导围绕研究一个数学对象的一般路径展开；北师大版以周期变化为起点，从现实问题进入数学对象，再在单位圆和图象之间往复理解；湘教版章首问题串覆盖弧度制、函数概念、单位圆、图象性质、参数影响和模型应用，数学实验也为操作和验证提供空间；苏教版重视逻辑顺序和例题规范，探究留白相对谨慎。

3.4 素养达成方面的差异

四版教材均重视基础求值、图象分析、公式推导和实际应用，但任务功能侧重点不同。人教A版例题精炼，偏向结构化方法和迁移，以大单元连接概念、性质和公式；北师大版注重问题背景和图象性质再认识并与周期现象联系起来；湘教版例

题和活动资源较丰富，数学实验支持操作与验证；苏教版例题规范稳定，在表达、运算和推理训练方面较扎实。

模型应用方面，关键不在于是否设置应用题，而在于应用任务是否参与了概念生成和参数理解过程。北师大版和湘教版表现更显性，应用任务贯穿概念引入、图象解释和参数意义分析；人教A版的模型应用可与其大单元结构形成联系；苏教版更多依托规范例题体现应用训练。

3.5 探究引导路径类型归纳

在以上分析基础上，四版教材的探究引导路径可概括为：人教A版为“模型贯通型”；北师大版为“现象先导型”；苏教版为“逻辑训练型”；湘教版为“问题活动型”。类型归纳依据见表6。

表6 四版教材探究引导路径类型归纳

版本	路径类型	类型依据
人教A版	模型贯通型	单位圆和大单元整合较突出，概念、性质、公式联系紧密。
北师大版	现象先导型	以周期变化入手，并设置图象与性质的再认识。
苏教版	逻辑训练型	知识推进清晰，例题规范稳定。
湘教版	问题活动型	章首问题串、数学实验与文化资源较突出。

4 结论与启示

比较结果表明，四版教材虽遵循相近的课程要求，但形成不同探究引导取向：人教A版突出单位圆贯通，北师大版重视周期现象先导，苏教版强调逻辑推进和规范训练，湘教版侧重章首问题串与活动资源。这些差异说明，三角函数教材比较不应只关注知识点是否完整，还应关注教材如何组织学生经历概念生成、性质发现、公式理解和应用解释的过程。将不同版本优势转化为教学设计时，可得到三个启示：

第一，概念教学应联系弧度制、单位圆和函数本质。弧度制不宜仅处理为单纯的换算内容，单位圆也不宜仅作为定义时的辅助图形。可通过“为什么要用实数刻画角？”“任意角三角函数为什么是函数？”等问题，引导学生理解三角函数由几何对象走向函数对象的过程，减少把三角函数简单理解为“边长比”或“公式集合”的倾向。

第二，性质和公式教学应借助单位圆与问题串组织学生探究。教材中的问题、图象、活动和推理应形成连续的学习线索。教师可围绕单位圆上点的运动、坐标变化和图象变化设计递进问题，使学生在观察、归纳中理解周期性、奇偶性、单调性和

诱导公式,从而把性质教学从结论记忆转向过程理解。

第三,模型应用应适当前移,参与概念理解、图象解释和参数意义分析。潮汐、温度变化、简谐运动等情境不应只作为章末应用题,也可与图象性质、参数变化和函数模型建立联系。多版本资源可围绕“单位圆—问题串—模型应用”整合:单

位圆提供几何直观,问题串推动探究过程,模型应用连接现实解释。

总体来看,这些启示有助于教师在使用单一版本教材时吸收其他版本优势资源,在保持知识主线清晰的基础上,增强学生对三角函数概念生成、性质探究和模型解释的整体理解。

参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版 2025年修订)[S].北京:人民教育出版社,2025.
- [2] 章建跃.用几何直观和代数运算的方法研究三角函数[J].数学通报,2020,59(11):4-13.
- [3] 孔繁晶.用好单位圆突出函数本质——再谈“任意角的三角函数”的教学设计与思考[J].中学教研(数学),2021(6):5-7.
- [4] 章建跃.为什么用单位圆上点的坐标定义任意角的三角函数[J].数学通报,2007,46(1):15-18.
- [5] 毛士奇.从数量到数,从运动变化的变量说到数集对应说——浅谈对正弦函数 $y=\sin x$ 中自变量 x 的理解[J].中学数学教学参考,2024.
- [6] 康玥媛,王光明,史宁中.数学教科书弧度制引入的必要性与合理性探析[J].课程·教材·教法,2024,44(12):109-114.
- [7] 韩宏裕,方志伟.基于ISM分析法的人教A版高中数学新旧教材比较——以“三角函数”为例[J].教育观察,2025,14(11):1-6.
- [8] 林巧婷.核心素养下高中数学新旧教材比较分析——以人教A版“三角函数”为例[D].厦门:集美大学,2022.
- [9] 汪会婷.人教A版高中数学新旧教材的比较研究——以“三角函数的概念”为例[J].中学数学教学参考,2023.
- [10] 毛湛敏.高中三角内容的教材比较研究——以人教A版、人教B版和苏教版为例[D].厦门:集美大学,2024.
- [11] 高晓婵.高中数学湘教版与人教A版教材例题习题比较研究——以必修函数内容为例[D].兰州:西北师范大学,2025.
- [12] 叶青.高中数学教材人教A版与北师大版习题的比较研究——以“三角函数”内容为例[D].贵阳:贵州师范大学,2025.
- [13] 宋蕾,杨明.高中数学新教材“三角函数”部分比较研究——以人教A版、湘教版和北师大版教材为例[J].中学数学教学参考,2023(3):20-23.
- [14] 徐蔚.人教版(2019版)和北师大版(2019版)高中数学教材比较研究——以函数部分为例[D].上海:华东师范大学,2023.
- [15] 梅媛.核心素养视域下的中新两国三角函数内容的比较研究[D].厦门:集美大学,2024.
- [16] 李娜.中英高中数学教材中概念编排比较研究——以三角函数为例[D].重庆:西南大学,2024.
- [17] 邓宏伟,钟品桃.高中数学教材中三角函数内容:结构特征及启示——以四套新版教材为例[J].科学大众,2025(6):36-40.
- [18] 李明慧.高中数学教材三角函数内容比较研究——以北师大版与人教A版为例[J].中学数学教学参考,2024.