

基于灰色系统理论的加芯水泥土搅拌桩极限承载力预测

彭文喜

中铁第四勘察设计院集团有限公司 湖北 武汉 430063

【摘要】：为预测实际工程中加芯水泥土搅拌桩的极限承载力，基于不完全的静载试验得到的数据，采用灰色系统理论中原信息 GM(1,1)模型、新信息 GM(1,1)模型和新陈代谢 GM(1,1)模型对三根桩基进行极限承载力的预测分析，并与实测值对比。结果表明，运用灰色系统理论得到的预测结果与实测值接近，说明该方法可以较为准确地预测加芯水泥土搅拌桩的极限承载力。同时，三种模型中，新陈代谢 GM(1,1)模型的预测结果更加准确。

【关键词】：灰色系统理论；加芯水泥土搅拌桩；极限承载力；沉降预测

DOI:10.12417/2705-0998.26.07.058

引言

加芯水泥土搅拌桩作为一种新型的、经济有效的软土地基处理方法，运用前景广^[1-3]。目前，确定加芯水泥土搅拌桩单桩极限承载力最直接的方法是竖向静载试验。实际工程中，很难达到规范要求的将桩基加载至破坏的目标。在这种情况下，如何通过不完全静载试验得到的部分试验数据来预测单桩极限承载力是一个重要的工程问题^[4]。

灰色系统理论发展于 20 世纪 80 年代，它的本质是基于一部分已知信息，通过理论计算，有效控制系统的运行，正确理解和描述事物的演化规律^[5-6]。与其他预测模型相比，灰色系统理论具有所用信息少、预测结果准确的特点，被广泛应用于各个领域[]]。魏鹏翔[]]等论证了灰色理论预测桩孔灌注桩的可靠性，讨论了两种载荷试验曲线对应的预测模型，认为 GM(1,1)模型具有最高的可靠度和精度保证。罗战友等基于现场载荷试验，对钻孔灌注桩的极限承载力进行预测，验证了 GM(1,1)模型的预测结果精度能满足工程需要。

本文基于灰色系统理论中原信息 GM(1,1)模型、新信息 GM(1,1)模型和新陈代谢 GM(1,1)模型，分别预测某铁路工程三根桩基的极限承载力，并与现场实测数据对比，以此验证灰色系统理论在单桩极限承载力预测方面的可行性，为单桩极限承载力的确定提供依据。

1 灰色预测模型的建立

1.1 原信息 GM(1,1) 模型

第一步：将静载试验的荷载分为 n 级进行加载，第 i 级荷载 (kN) 及对应的沉降(mm)为 P (i) ， S (i) ，记为：

$$P^{(1)} = \{P^{(1)}(1), P^{(1)}(2), \dots, P^{(1)}(n)\} \quad (1)$$

$$S^{(1)} = \{S^{(1)}(1), S^{(1)}(2), \dots, S^{(1)}(n)\} \quad (2)$$

第二步：做一次累减得 P(0)和 S(0)

$$P^{(0)} = \{P^{(0)}(1), P^{(0)}(2), \dots, P^{(0)}(n)\} \quad (3)$$

$$S^{(0)} = \{S^{(0)}(1), S^{(0)}(2), \dots, S^{(0)}(n)\} \quad (4)$$

第三步：根据灰色系统理论的建模方法，建立一阶线性动态微分方程，记为 GM(1,1)模型：

$$\frac{dP^{(1)}}{dS^{(1)}} + aP(1) = b \quad (5)$$

式中：a、b 都为待定系数，a 为发展系数 (1/mm)；b 为灰作用量 (kN/mm)。

第四步：根据最小二乘法，可以求得：

$$[a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (6)$$

从而解得微分方程：

$$\hat{P}^{(1)}(k+1) = \left(P^{(1)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-a[S^{(1)}(k+1) - S^{(1)}(1)]} + \frac{b}{a} \quad (7)$$

$$\hat{S}^{(1)}(k+1) = S^{(1)}(1) - \frac{1}{a} \ln \left[\frac{P^{(1)}(k+1) - \frac{b}{a}}{P^{(1)}(1) - \frac{b}{a}} \right] \quad (8)$$

作者简介：彭文喜 (1994 年 2 月—)，男，湖南衡阳人，工程师，硕士研究生，主要研究方向为：铁路地质勘察与路基设计。
基金项目：铁四院科技研发项目 (2016K24)。

$\hat{P}^{(1)}(k+1)$ ——第 $k+1$ 级荷载试验桩的荷载预测值;

$\hat{S}^{(1)}(k+1)$ ——第 $k+1$ 级荷载试验桩的沉降预测值。

对于桩的极限承载力的预测,当 $S \rightarrow \infty$ 时,极限承载力 \hat{P}_u 用下式给出:

$$\hat{P}_u = \lim_{S \rightarrow \infty} \hat{P} = \frac{b}{a} \quad (9)$$

1.2 灰色预测 GM (1,1) 模型群

将原信息 GM (1,1) 模型预测得到的第一个数据 $P^{(1)}(n+1)$ 和 $S^{(1)}(n+1)$ 补充到原始序列 $P^{(1)}$ 和 $S^{(1)}$ 之后, 得到新的序列:

$$P^{(1)} = \{P^{(1)}(1), P^{(1)}(2), \dots, P^{(1)}(n), P^{(1)}(n+1)\} \quad (10)$$

$$S^{(1)} = \{S^{(1)}(1), S^{(1)}(2), \dots, S^{(1)}(n), S^{(1)}(n+1)\} \quad (11)$$

用式 (10) 和 (11) 建立的新的 GM(1,1)模型称为新信息 GM(1,1)模型。

随着灰色系统的发展,老数据带来的意义逐渐减小,及时去掉对系统特征影响小的老数据,补充新的数据,才能更准确地反映系统的特征。

将新数据 $P^{(1)}(n+1)$ 和 $S^{(1)}(n+1)$ 补充到原始序列 $P^{(1)}$ 和 $S^{(1)}$ 之后,同时去掉老信息 $P^{(1)}(1)$ 和 $S^{(1)}(1)$, 得到新的序列:

$$P^{(1)} = \{P^{(1)}(2), \dots, P^{(1)}(n), P^{(1)}(n+1)\} \quad (12)$$

$$S^{(1)} = \{S^{(1)}(2), \dots, S^{(1)}(n), S^{(1)}(n+1)\} \quad (13)$$

用式 (12) 和 (13) 建立的新的 GM(1,1)模型称为新陈代谢 GM(1,1)模型。

1.3 GM (1,1) 模型精度检验

为了保证模型预测结果的可靠性,对预测模型的精确度进行检验,一般通过均方差比值和小误差概率两种指标来判断预测模型的精度等级和质量。

(1) 均方差比值检验

令均方差比值 C , 则:

$$C = R_1 / R_2 \quad (14)$$

对于给定的 C_u , 通过比较 C 与 C_u 的大小来判断模型的精度等级。

(2) 小误差概率合格模型检验

令小误差概率 P , 则:

$$P = P\{|\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon}| < 0.6745C\} \quad (15)$$

对于给定的 P_0 , 通过比较 P 与 P_0 的大小来判断模型的精度等级。精度检验等级参照表见表 1 所示。

表 1 精度检验等级参照表

预测精度等级	P	C
好	>0.95	<0.35
合格	>0.8	<0.5
勉强	>0.7	<0.65
不合格	≤0.7	≥0.65

2 工程实例

2.1 现场载荷试验

加芯水泥土搅拌桩试验进行了 K1、K2、K3 三根桩的现场试桩试验。载荷试验示意图如图 1 所示。

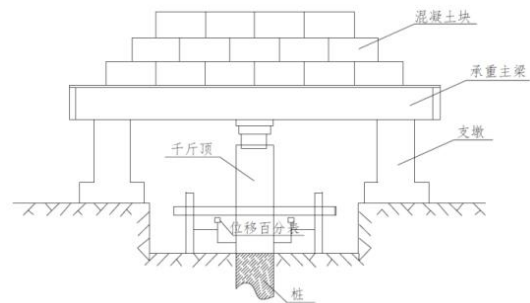


图 1 载荷试验

加芯水泥土搅拌桩的直径为 600mm, 长度为 22 米。内芯桩的长度为 14 米, 上下截面都为正方形, 上端截面尺寸为 300mm×300mm, 下端截面尺寸为 150mm×150mm, 内芯桩是由两根 7 米的预制桩连接形成。现场试验结果如表 2 所示。

表 2 载荷试验结果

荷载级数	荷载 P/kN	沉降 S/mm		
		K1	K2	K3
1	240	1.26	1.38	1.01
2	360	2.30	2.85	1.72
3	480	3.36	4.82	2.51
4	600	4.59	6.03	3.94
5	720	6.72	9.56	5.46
6	840	8.73	12.27	7.73
7	960	11.63	15.37	10.26
8	1080	16.39	20.63	17.33
9	1200	26.68	33.12	31.67

2.2 极限承载力预测

分别采用原信息 GM (1,1) 模型、新信息 GM (1,1) 模型和新陈代谢 GM (1,1) 模型进行分析预测单桩极限承载力。将预测结果与现场实测值进行对比。预测结果对比情况如表 3 所示。

表 3 载荷试验灰色系统理论预测结果

桩号	模型类型	实测极限承载力/kN	预测极限承载力/kN
K1	原信息	1080	1154
	新信息		1118
	新陈代谢		1101
K2	原信息		1184
	新信息		1127
	新陈代谢		1099
K3	原信息		1013
	新信息		999
	新陈代谢		999

由表 3 可知,所有 GM(1,1)模型的后验差 C 都小于 0.35 且小概率误差 P 都为 1, 代表模型的精度级别很高, 模型比较可靠。为了更加清晰的看出实测值与预测值的差别, 体现预测效果, 令相对误差为 δ , 有:

$$\delta = \frac{|\hat{P} - P|}{P} \times 100\% \quad (16)$$

式中: \hat{P} 极限承载力预测值;

P 极限承载力实测值。

根据式 (16) 计算载荷试验预测结果的相对误差和相对误差均值, 计算结果如表 4 所示。

参考文献:

- [1] 董平. 砼芯水泥土搅拌桩荷载传递机理研究[D]. 中国科学院 (广州地球化学研究所), 2004.
- [2] 刘维, 徐光黎, 彭文喜, 等. 加芯搅拌桩竖向承载特性及单桩极限承载力预测[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(19): 7838-7844.
- [3] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990: 5-23.
- [4] 刘思峰. 灰色系统理论及其应用[M]. 5 版. 北京: 科学出版社, 2010: 2-22.
- [5] 翁志坚, 邱晨杰, 邱福祥, 等. 基于马尔科夫优化的灰色 GM (1,1) 沉降预测模型及应用[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(29): 12065-12070.
- [6] 俞艳玲, 郑东健, 俞扬, 居艳阳, 方正. 改进的非等间距灰色模型在大坝位移预测中的应用[J]. 长江科学院院报, 2017, 34(3): 50-52+57.

表 4 载荷试验灰色系统理论预测误差值

模型类型	桩号	预测相对误差%	相对误差均值%
原信息模型	K1	6.8	7.6
	K2	9.7	
	K3	6.2	
新信息模型	K1	3.5	5.1
	K2	4.4	
	K3	7.5	
新陈代谢模型	K1	2.0	3.7
	K2	1.7	
	K3	7.5	
相对误差均值		5.5	

由表 4 可知, 载荷试验预测误差最大为 7.5%, 最小为 1.7%, 误差总均值为 5.5%, 表明模型可靠。

原信息 GM(1,1)模型预测相对误差均值为 7.6%, 新信息 GM(1,1)模型预测相对误差均值为 5.1%, 新陈代谢 GM(1,1)模型预测平均误差为 3.7%, 结果表明随着信息的不断增加和更新, 预测结果越来越可靠。

3 结论

通过现场载荷试验和灰色系统理论预测结果对比, 可以得出以下结论。

(1) 利用灰色系统理论来预测加芯搅拌桩的极限承载力, 通过建立原信息 GM (1,1) 模型、新数据 GM (1,1) 模型和新陈代谢 GM (1,1) 模型, 均可以使用少量试验数据比较精确地估测出单桩极限承载力, 这种方法具有简便、可靠、精度较高的特点。

(2) 新陈代谢 GM(1,1)模型从预测理论和预测结果上来说都是最理想的, 实际工程中推荐采用新陈代谢 GM(1,1)模型进行单桩极限承载力灰色预测。