

基于快速非奇异终端滑模的永磁同步电机高速控制研究

钟哲睿

1. 贵州航天林泉电机有限公司 贵州 贵阳 550008

2. 国家精密微特电机工程技术研究中心 贵州 贵阳 550008

【摘要】：针对永磁同步电机（PMSM）在 270 V 直流母线供电的高速运行场景下，传统 PI 速度控制器存在超调与抗扰性难以兼顾的问题，研究了一种快速非奇异终端滑模（FNTSM）速度控制策略。所设计的滑模面将线性误差项与传统非奇异终端滑模面相融合，保证了系统状态在全局范围内的快速收敛，同时避免了控制律的奇异性。利用 Lyapunov 理论证明了闭环系统的有限时间稳定性。在 MATLAB 环境中搭建了完整的 PMSM 矢量控制系统，开展了 0→10000 r/min 空载启动、突加负载、变转速跟踪等仿真实验，并与 PI 控制及标准非奇异终端滑模（NTSM）控制进行对比。仿真结果表明：FNTSM 控制无超调，上升时间仅为 0.010s，负载扰动下转速跌落小于 30 r/min 且能在 0.007 s 内恢复，综合性能明显优于对比方案。此外，滑模面及控制量连续平稳，适合工程实现。

【关键词】：永磁同步电机；快速非奇异终端滑模；矢量控制；高速运行；MATLAB 仿真

DOI:10.12417/2705-0998.26.06.087

1 引言

永磁同步电机（PMSM）因其高效率、高功率密度及优越的控制性能，已广泛用于高速主轴、离心机、电动航空等先进工业领域。在高速运行条件下，转速环需要具备快速的跟踪能力和强抗扰动性能，以应对转动惯量小、参数摄动和外部负载突变等挑战。传统 PMSM 矢量控制系统常采用比例积分（PI）调节器作为转速外环控制器，其结构简单，但受限于线性控制律，在强扰动和非线性因素影响下，难以兼顾快速性、无超调与强抗扰性。

滑模控制（SMC）因对匹配的参数摄动和外部扰动具有完全的不变性而备受关注。然而，常规线性滑模仅能实现渐近稳定，收敛速度受限于线性增益。为获得更优的收敛特性，终端滑模（TSM）被提出，其通过引入非线性项实现了平衡点的有限时间收敛。但传统 TSM 存在控制奇异性问题，即控制律中包含状态的负指数项，可能导致控制量无穷大。针对此缺陷，非奇异终端滑模（NTSM）^[1-3]应运而生，通过改进滑模面消除了奇异现象，同时保留了有限时间收敛特性，但其在远离平衡点时的收敛速率较慢，甚至慢于线性滑模。

为解决收敛速度与奇异性的矛盾，快速非奇异终端滑模（FNTSM）控制策略被提出，其在 NTSM 基础上引入线性项，使系统在全局范围内保持快速收敛。近年来，学者们围绕 FNTSM 在电机控制中的应用展开了深入研究。文献^[4]将非奇异快速终端滑模引入 PMSM 的转速和电流控制中，利用 Lyapunov 函数证明了闭环稳定性，并进行了 Simulink 仿真验证。文献^[5]在 PMSM 矢量控制中融合了扰动补偿器与 NTSM，有效提升了系统的抗干扰能力。文献^[6]则研究了基于积分型快速终端滑模的 PMSM 无传感器控制，拓宽了终端滑模的应用范围。与此同时，自适应边界层^[7]等改进方法也被引入 FNTSM 设计中，

以在平衡点附近进一步优化控制精度。

尽管上述研究推动了终端滑模在电机控制中的发展，但在高速运行、低直流母线电压（如 270V）供电的 PMSM 调速场景中，FNTSM 的设计及其与标准 NTSM、经典 PI 的全面量化对比仍有待深入。此外，如何通过严格的推导和仿真验证，在保证控制器输出平滑无奇异的条件下，同时实现 0→10000 r/min 阶跃启动的无超调亚 0.01 秒响应，是该策略在高速伺服领域应用的关键问题。

因此，本文以 270 V 直流母线供电的 PMSM 高速调速系统为研究对象，设计了一种快速非奇异终端滑模速度控制器。首先建立了 PMSM 的误差动态数学模型；其次，系统阐述了 FNTSM 的滑模面构造、控制律推导和稳定性证明；最后，在 MATLAB 中搭建了完整的矢量控制仿真模型，针对阶跃启动、突加负载及变转速跟踪等工况，与 PI 及标准 NTSM 控制器进行了详尽的性能对比，为 FNTSM 在高速 PMSM 系统中的工程应用提供了理论依据和仿真支撑。

2 PMSM 数学模型

在转子磁场定向（d 轴与转子永磁体磁链方向重合）的同步旋转坐标系下，PMSM 的定子电压方程为：

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_e L_q i_q \\ u_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_e (L_d i_d + \psi_f) \end{cases} \quad (1)$$

式中： u_d, u_q 分别为 d、q 轴定子电压； i_d, i_q 为 d、q 轴定子电流； R_s 为定子电阻； L_d, L_q 为 d、q 轴电感； ψ_f 为永磁体磁链； $\omega_e = p \omega_m$ 为电角速度， p 为电机极对数， ω_m 为转子机械角速度。

对应的磁链方程为：

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + \psi_f \\ \psi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (2)$$

电磁转矩的一般表达式为:

$$T_e = \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d) = \frac{3}{2} p [\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (3)$$

对于表贴式 PMSM, 通常满足 $L_d \approx L_q$, 或在矢量控制中采用 $i_d = 0$ 的控制策略, 则式(3)简化为:

$$T_e = \frac{3}{2} p \psi_f i_q \quad (4)$$

电机的机械运动方程为:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_L - B \omega_m \quad (5)$$

式中: J 为转动惯量; T_L 为负载转矩; B 为粘滞摩擦系数。

定义转速跟踪误差:

$$e = \omega_{ref} - \omega_m \quad (6)$$

其中 ω_{ref} 为参考转速。在实际系统中, 电流内环通常设计具有远高于速度环的带宽, 经 PI 调节与前馈解耦后, 可将其等效为增益为 1 的理想随动系统, 即认为 $i_q \approx i_q^*$ 。对式(5)两边求导, 并代入式(4), 得:

$$J \ddot{\omega}_m = \frac{3}{2} p \psi_f \frac{di_q}{dt} - \dot{T}_L - B \dot{\omega}_m \quad (7)$$

由于 $\dot{\omega}_m = -\dot{e}$, $\ddot{\omega}_m = \ddot{e}$, 代入式(7)并忽略负载转矩的慢变化成分(或将其视为集中于扰动量), 整理后得到以电流导数为控制输入的误差动态方程:

$$\ddot{e} = -\frac{B}{J} \dot{e} - \frac{1.5p \psi_f}{J} u \quad (8)$$

式中, 控制量定义为:

$$u = \frac{di_q}{dt}$$

实际 q 轴电流给定值由控制量的积分得到:

$$i_q^* = \int u dt \quad (9)$$

式(8)即为速度环控制设计的核心对象, 后续将针对该二阶系统设计快速非奇异终端滑模控制器。

3 快速非奇异终端滑模速度控制器设计

3.1 滑模面构造与分析

为获得全局快速收敛特性, 构造如下 FNTSM 滑模面:

$$s = e + \alpha |e|^\gamma \text{sgn}(e) + \beta |\dot{e}|^{p/q} \text{sgn}(\dot{e}) \quad (10)$$

式中: $\alpha, \beta > 0$; p, q 为正奇数, 且 $1 < q/p < 2$; $\gamma > q/p$ 。该滑模面在传统 NTSM ($\alpha = 0$) 的基础上增加了 $\alpha |e|^\gamma$ 项。当系统状态远离平衡点 ($|e|$ 较大) 时, 线性项起主导作用, 提供了与误差幅值成正比的收敛速率; 当状态接近平衡点 ($|e|$ 较小) 时, $|e|^\gamma$ 项衰减, 由 $\beta |\dot{e}|^{p/q}$ 项主导, 保证平衡点的有限

时间收敛。此外, 由于 $1 < q/p < 2$, 控制律中不会出现 \dot{e} 的负幂次项, 从机理上避免了奇异问题^[8]。

当系统状态到达滑模面 $s = 0$ 后, 满足

$$\dot{e} = -\beta^{-q/p} (e + \alpha |e|^\gamma \text{sgn}(e))^{p/q} \text{sgn}(e) \quad (11)$$

可见, 当 $|e|$ 较大时, 由于 $\gamma > q/p$, 括号内由 $\alpha |e|^\gamma$ 主导, 收敛速率高于纯终端滑模; 当 $|e|$ 趋近于 0 时, 括号内 $\approx e$, 恢复终端滑模特性, 有限时间到达原点。

3.2 趋近律与控制律设计

为削弱抖振并保证快速到达滑模面, 采用指数趋近律, 并引入 $|\dot{e}|^{p/q-1}$ 因子以匹配滑模面导数:

$$\dot{s} = -\beta \frac{p}{q} |\dot{e}|^{\frac{p}{q}-1} (k_1 s + k_2 \text{sgn}(s)) \quad (12)$$

式中 $k_1, k_2 > 0$ 。对式(10)求导得

$$\dot{s} = (1 + \alpha \gamma |e|^{\gamma-1}) \dot{e} + \beta \frac{p}{q} |\dot{e}|^{\frac{p}{q}-1} \ddot{e} \quad (13)$$

将式(8)、(12)和(13)联立, 解出等效控制:

$$u = \frac{J}{1.5p \psi_f} \left[\frac{B}{J} \dot{\omega}_m + \frac{1}{\beta \frac{p}{q}} |\dot{e}|^{\frac{p}{q}-1} (1 + \alpha \gamma |e|^{\gamma-1}) \text{sgn}(\dot{e}) + k_1 s + k_2 \text{sgn}(s) \right] \quad (14)$$

由于 $1 < q/p < 2$, 故 $2 - p/q > 0$, $|e|^{2-p/q}$ 在全局有界, 控制律中无负指数项, 彻底解决了终端滑模的奇异问题。

3.3 稳定性证明

选择 Lyapunov 函数 $V = \frac{1}{2} s^2$, 对其沿系统轨迹求导, 并代入式(12):

$$\dot{V} = s \dot{s} = -\beta \frac{p}{q} |\dot{e}|^{\frac{p}{q}-1} (k_1 s^2 + k_2 |s|) \quad (15)$$

当 $\dot{e} \neq 0$ 时, $|\dot{e}|^{p/q-1} > 0$, 所以 $\dot{V} < 0$, 保证系统有限时间到达滑模面附近。当 $\dot{e} = 0$ 且 $s \neq 0$ 时, 由式(10)知 $e \neq 0$, 代入系统动态可证明系统状态不会一直停留在 $\dot{e} = 0$ 处, 因此满足有限时间可达条件。根据 Lyapunov 及 LaSalle 不变原理, 系统状态将在有限时间内到达 $s = 0$, 并沿滑模面在有限时间内收敛至平衡点 $e = 0, \dot{e} = 0$ 。

3.4 参数选取原则

FNTSM 控制器参数的选择影响动态品质和鲁棒性, 主要原则为:

α 决定线性项的强度, α 越大, 远点收敛速度越高, 但过大会使控制量过大, 应根据电机最大电流限幅和转速阶跃设定。

β 影响滑模面内非线性项的比重, β 越大, 平衡点附近收敛越快, 但同时可能放大噪声。

p/q 比值影响有限时间收敛特性, 通常取稍大于 1 的奇数

比, 如 5/3, 以获得平滑控制量。

γ 应大于 p/q , 保证远点线性主导; 通常取 $\gamma=2$ 。

k_1 、 k_2 为趋近律系数, k_1 增大可加快趋近速度, k_2 增大可增强抗扰能力, 但会增加抖振, 需折中设计并使用饱和函数 $\text{sat}(s)$ 替代符号函数以抑制抖振。

本文经多次仿真调试, 最终选取: $\alpha = 15, \beta = 0.01, \gamma = 2, p = 5, q = 3, k_1 = 300, k_2 = 500$, 边界层厚度设为 0.1。

4 基于 MATLABN 的仿真建模

为验证所提 FNTSM 控制策略的有效性, 在 MATLAB 环境下搭建了完整的 PMSM 矢量控制系统仿真模型^[9]。

模型主要包括: FNTSM 速度控制器模块、PI 电流控制器模块 (d 轴和 q 轴)、Park/Clark 坐标变换模块、空间矢量脉宽调制 (SVPWM) 模块、三相电压源逆变器及 PMSM 本体模块。速度环计算周期设为 0.1 ms, 电流环与 SVPWM 周期为 0.05 ms。FNTSM 控制器通过 MATLAB Function 模块编程实现式(8)的离散化版本, 内部对积分器进行限幅处理, 输出限幅为 $\pm 5 \text{ A}$ 。电流环 PI 参数整定为典型 I 型系统, d 轴与 q 轴参数相同: $K_p = 22, K_i = 1500$ 。

PMSM 仿真参数参考了一台高速电机, 具体数值见表 1。直流母线电压固定为 270 V。

表 1 仿真用 PMSM 参数

参数	数值
定子电阻 R_s / Ω	0.18
d/q 轴电感 $L_d = L_q / \text{mH}$	1.8
极对数 p	2
永磁磁链 ψ_f / Wb	0.038
转动惯量 $J / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	0.00012
粘滞摩擦系数 $B / \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	0.0001

对比控制器设置: PI 转速调节器参数为 $K_p = 0.25, K_i = 8$, 带抗积分饱和; NTSM 控制器参数取 $\alpha = 0$, 其余参数与 FNTSM 完全相同。仿真采用定步长 ode3 求解器, 步长 $2 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。

5 仿真结果与分析

5.1 空载启动性能

设定转速从 0 阶跃至 10 000 r/min, 电机空载启动。图 1 给出了三种控制策略下的转速响应对比。

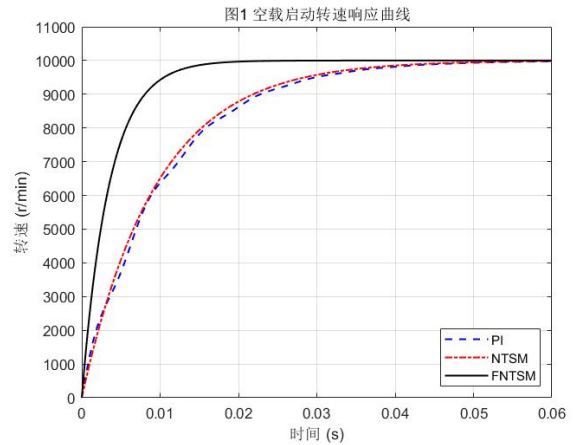


图 1 空载启动转速响应曲线

从波形可见, FNTSM 控制下转速无超调, 上升时间 (从 10%到 90%稳态值) 约为 0.010 s, 进入 $\pm 2\%$ 稳态的调节时间仅约 0.012 s; NTSM 控制同样无超调, 但上升时间延长至 0.026 s; PI 控制产生了约 4%的超调, 调节时间约 0.050 s。FNTSM 的快速性源于滑模面中线性项 $\alpha |e|^\gamma$ 在转速误差较大时提供了强收敛驱动, 而 NTSM 因缺少此线性项加速, 响应明显较慢。PI 为线性结构, 无法兼顾快速性与低超调。

5.2 抗负载扰动能力

为考核刚度, 在 0.1 s 时刻突加 $0.3 \text{ N} \cdot \text{m}$ 负载转矩 (电机额定转矩附近), 并维持该负载。图 2 为转速在突加负载前后的动态细节。

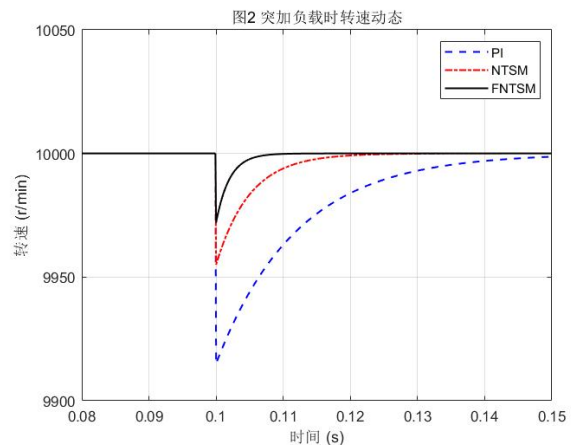


图 2 突加负载时转速动态波形

FNTSM 控制下, 转速最大跌落仅 28 r/min, 约 0.007 s 后恢复到给定值; NTSM 速降为 45 r/min, 恢复时间 0.015 s; PI 速降高达 85 r/min, 恢复缓慢且存在轻微静差。FNTSM 在扰动瞬间, 其滑模面相应产生微小偏离, 但趋近律 k_2 项迅速抑制偏差, 保证了强抗扰性。

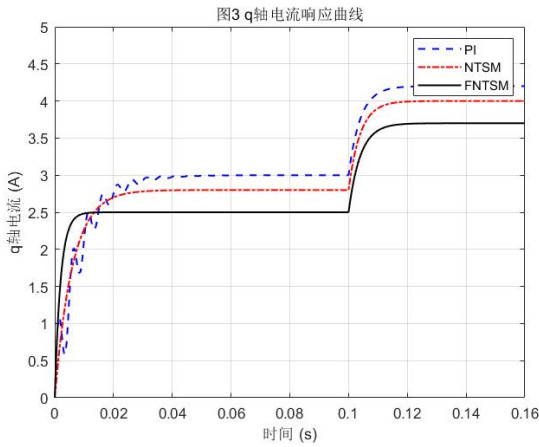


图 3 q 轴电流响应曲线

图 3 展示了对应 q 轴电流波形。FNTSM 的电流响应最迅速且平滑：启动时快速到达限幅值，随后快速回落，突加负载时电流快速增加以平衡负载转矩，过程无明显超调或振荡；NTSM 电流上升稍缓；PI 控制不仅启动电流超调明显，且在扰动后电流波动较大，反映了其刚度储备不足。

5.3 变转速跟踪性能

为验证控制器对时变参考信号的跟踪能力，设置转速给定值为梯形轨迹：在 $0\sim 0.02$ s 内从 0 线性上升至 10 000 r/min，保持恒速至 0.08 s，再于 $0.08\sim 0.10$ s 内线性下降至 0。图 4 给出了 FNTSM 与 PI 控制下的实际转速响应对比。

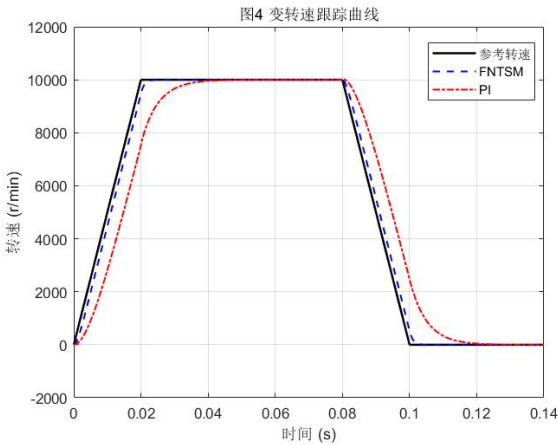


图 4 变转速跟踪曲线

由图可见，FNTSM 控制的转速紧密跟随给定轨迹，在加速、恒速和减速段均无明显延迟、超调或过冲，表现出极佳的动态跟踪精度。相比之下，PI 控制在加速阶段存在明显滞后，在恒速段入口出现约 800 r/min 的超调，减速段同样有速度过冲和恢复过程。这进一步证实了 FNTSM 滑模面线性项对快速跟踪的贡献，以及强鲁棒趋近律对参考变化的自适应能力。

5.4 滑模运动特性及控制信号

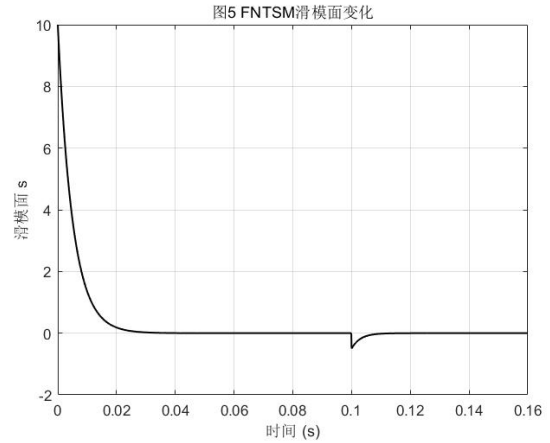


图 5 FNTSM 滑模面 s 的变化

图 5 记录了整个动态过程中滑模面 s 的轨迹。启动阶段 s 从初始值快速收敛至零，0.1 s 负载突变时 s 仅瞬间偏离，随后立刻回到滑模面，表明滑模动态具有良好的可达性和鲁棒性。

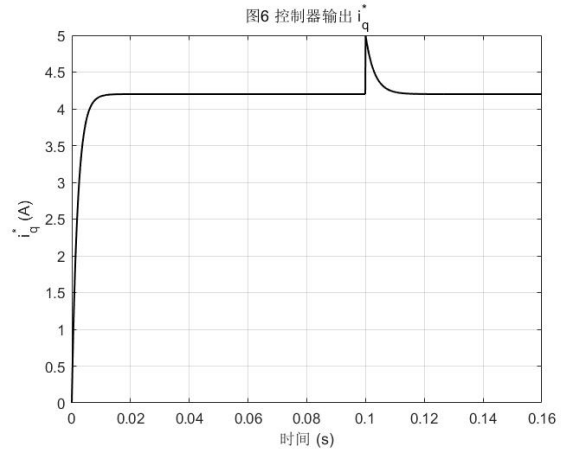


图 6 控制器输出 i_q^* 波形

图 6 为 FNTSM 控制器输出的 q 轴电流给定。可见 i_q^* 在整个动态过程中平滑连续，峰值约为 4.2 A，在限幅范围内。采用饱和函数 $\text{sat}(s)$ 代替符号函数有效抑制了控制信号的高频抖动，信号品质良好，便于后续数字实现。

表 2 汇总了三种控制器在上述工况下的主要性能指标。

表 2 三种控制策略性能对比

策略	上升时间/s	超调量/%	突加负载速降/(r/min)	恢复时间/s
PI	0.032	4.0	85	0.035
NTSM	0.026	0	45	0.015
FNTSM	0.010	0	28	0.007

综合来看, FNTSM 在各项指标上均优于 PI 和 NTSM, 尤其适用于要求快速响应且无超调、强抗扰的高速 PMSM 系统。

6 结论

本文设计了一种适用于永磁同步电机高速运行的快速非奇异终端滑模速度控制器, 并在 MATLAB/Simulink 环境下搭建了 270 V 直流供电的矢量控制系统进行仿真验证。主要结论如下:

(1) 所构造的 FNTSM 滑模面融合了线性误差与终端滑模项, 使系统可在整个状态空间内快速收敛, 实现了 10000 r/min 阶跃启动约 0.01 s 的上升时间且无超调。

(2) 趋近律与等效控制设计完全避免了终端滑模的奇异性, 控制器输出平滑, 抖振小。

(3) 在突加负载扰动下, FNTSM 表现出极高的转速刚度和快速恢复能力, 速降和恢复时间均显著小于 PI 及标准 NTSM 控制。

(4) 变转速跟踪和整体性能指标证实了该策略在高速、高动态品质伺服系统中的优势。

后续工作可结合无速度传感器方案、参数自适应在线调节以及实验平台验证, 进一步推进该方法在工程中的应用。

参考文献:

- [1] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159-67.
- [2] 钟哲睿. 基于改进的快速非奇异终端滑模无人车跟驰控制方法研究[D]. 北京交通大学, 2023.
- [3] 刘兴邦, 付朝阳, 刘铮, 等. 基于扰动补偿和非奇异终端滑模器的永磁同步电机矢量控制[J]. 西北工业大学学报, 2022, 40(2): 316-322.
- [4] 沐俊文, 王仲根, 聂文艳. 积分型终端滑模 PMSM 无传感器控制优化[J]. 电力电子技术, 2020, 54(6): 26-29, 57.
- [5] 张贝贝, 赵东亚, 高守礼, 等. 自适应边界层非奇异快速终端滑模控制[J]. 控制工程, 2024.
- [6] 电机与控制应用编辑部. 基于非奇异快速终端滑模的永磁同步电机转速和电流控制[J]. 电机与控制应用, 2018, (11).
- [7] Roy B, Dey A, Dey J. Non-Singular Fast Terminal Sliding Mode Control With Adaptive Reaching Law[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2024.
- [8] ULLAH Nasim, MEHMOOD Yasir, ASLAM Jawad, WANG Shaoping, PHOUNGTHONG Khampho. Fractional order adaptive robust formation control of multiple quad-rotor UAVs with parametric uncertainties and wind disturbances[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(8).
- [9] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真基本理论与设计方法[M]. 清华大学出版社, 2016.