

基于不完全信息下多因素的群决策

陈 杨

中国航天科工集团第十研究院 贵州 贵阳 550000

【摘 要】：现代决策的制定往往需要考虑各方面因素的影响，其大多属于多属性群决策问题。如果都采用传统的犹豫模糊决策方法，在各影响因素权重未知和决策过程中相关信息缺失的情况下，单纯依靠决策者经验做出决定，而忽略各影响因素间的关联程度，对决策矩阵的客观性、完整性会造成一定影响。基于以上原因，本文提出了一种基于决策过程部分信息缺失，各影响因素间形成的决策网络的群决策方法。与传统的以经验为主导的决策过程相比，提出的有向决策网络的概念，更加科学合理的计算出对决策结果有影响的相关因素的权重，并结合各影响因素之间的关联性，进一步计算有向决策网络评估矩阵中的缺失值。并以一个导弹类型选择为例，证明了所提出方法的有效性和实时性。

【关键词】：群决策；影响因素权重；有向决策网络

DOI:10.12417/2705-0998.25.15.024

1 定义

1.1 犹豫模糊集理论

定义 1^[1] 令 X 为一给定的集合， $M = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 为给定集合的 N 个隶属函数，则隶属函数的犹豫模糊集 H_M 的定义为：

$$H_M = \{(x, h_M(x)) | x \in X\}$$

其中， $h_M = \bigcup_{u \in M} \{u(x)\}$ 是值域位于 $[0,1]$ 上的一个集合。为了表述方便，把有限论域上的全体犹豫模糊集记为 HFS(x)，称 $h_A(x)$ 为 A 的犹豫模糊元(HFE)，简写为 h_A 。

定义 2^[2] 设 h 是 HFE 的犹豫模糊元素，则 h 的积分和函数为

$$s(h) = \frac{1}{M} \sum_{\phi \in h} \phi \quad (1)$$

其中， M 为 h 中元素的个数； h 的偏差度 $\bar{s}(h)$ 可以定义为

$$\bar{s}(h) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{\phi \in h} (\phi - s(h))^2} \quad (2)$$

其中， $s(h)$ 的为平均值， $\bar{s}(h)$ 为统计学中的标准差。

定义 3^[3] 假设 h_1 和 h_2 为两个犹豫模糊元素， $s(h_1)$ 和 $s(h_2)$ 为 h_1 和 h_2 的积分和函数值， $\bar{s}(h_1)$ 和 $\bar{s}(h_2)$ 分别为 h_1 和 h_2 的偏差度。若 h_1 的积分和大于 h_2 ，则记为 $h_1 > h_2$ ；若 h_1 的积分和与 h_2 相等，则记为 $h_1 \sim h_2$ 因此，HFE 的犹豫模糊元素的优先排序规则为

当 $s(h_1) > s(h_2)$ 时， $h_1 > h_2$ ；

(2) 当 $s(h_1) = s(h_2)$ 时，则：

a. 当 $\bar{s}(h_1) > \bar{s}(h_2)$ 时， $h_1 < h_2$ ；

b. 当 $\bar{s}(h_1) < \bar{s}(h_2)$ 时， $h_1 > h_2$ ；

c. 当 $\bar{s}(h_1) = \bar{s}(h_2)$ 时， $h_1 \sim h_2$ 。

定义 4^[3] 设 $J = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ 是一个 n 维犹豫模糊元素集合， ω 是定义在集合 J 上的犹豫模糊元素集成函数， ω ：

$[0,1]^n \rightarrow [0,1]$ ，则有：

$$\omega_J = \bigcup_{\phi \in \{h_1 \times h_2 \times \dots \times h_n\}} \{\omega(\phi)\} \quad (3)$$

本文中引的犹豫模糊加权平均(HFWA)算子是一个映射 $\omega^n \rightarrow \omega$ ，其形式为：

$$\begin{aligned} \text{HFWA}(h_1, h_2, \dots, h_n) &= \sum_{i=1}^n \alpha_i h_i \\ &= \bigcup_{\phi_1 \in h_1, \phi_2 \in h_2, \dots, \phi_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \phi_i)^{\alpha_i} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中， $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T$ 是 $h_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的权重向量， $\alpha_i \in [0,1], i = 1, 2, \dots, n$ 且 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ ，注意，若各个影响因素权重相等，即 $\alpha = [\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}]^T$ ，则 HFWA 算子退化成为犹豫模糊平均(HFA)算子：

$$\begin{aligned} \text{HFA}(h_1, h_2, \dots, h_n) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i \\ &= \bigcup_{\phi_1 \in h_1, \phi_2 \in h_2, \dots, \phi_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \phi_i)^{\frac{1}{n}} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

1.2 多因素间形成的有向决策网络

在最终方案选择决策过程中，多因素集合为 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ ，各影响因素之间彼此相互影响、相互制约。定义各影响因素之间有向的决策网络为 $N(P, R)$ 。其中， $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 代表各影响因素， $R = \{r_1, r_2, \dots, r_s\}$ 表示各影响因素之间的关联性。

定义 5 因素 p_i 对因素 p_j 之间的影响关系表示为 $r_{ij} = \{p_i, p_j\}$ ，同理因素 p_j 对因素 p_i 之间的影响关系表示为 $r_{ji} = \{p_j, p_i\}$ ， r_{ij} 与 r_{ji} 不一定相等，且 $r_{ij} \in [0,1]$ 。假设某一影响因素对其余所有影响

因素均有影响,但由于分析问题的侧重点不同,各权重数值不等,总和为 1。故各影响因素之间形成的有向决策网络 N 为:

$$N = \begin{cases} r_{ij}, & \text{if } i \neq j \text{ and } \{p_i, p_j\} \in R \\ 1, & \text{if } i = j \text{ and } \{p_i, p_j\} \in R \end{cases}$$

2 基于有向决策网络的犹豫模糊决策模型

2.1 利用有向决策网络确认各影响因素权重

与直接凭经验补充数据相比,利用犹豫模糊理论解决上述问题时,主要确定两点:1.更科学确定各个影响因素之间的权重;2.补充各个决策矩阵计算过程中的缺失值。

根据 PageRank^[4]算法,假设所有网页的初始权重都是相同的,一个网页的影响力等于所有入链集合的页面加权影响力之和,公式为:

$$PR(u) = \sum_{v \in B_u} \frac{PR(v)}{L(v)} \quad (6)$$

其中, u 为待评估的界面, B_u 为页面 u 的入链集合, PR(u) 为网页 u 的影响力。

同理,一个影响因素对最终决策的影响程度的表达式为:

$$Confi(p_j) = \sum_{p_i \in P} Confi(p_i) \times W_{ij} \quad (7)$$

其中, p_j 为待评估的影响因素, p_i 为所有与 p_j 有关联的影响因素, W_{ij} 为影响因素 p_i 对于影响因素 p_j 的关联程度, Confi(p_i) 为一个影响因素对最终决策的影响程度。

2.2 多因素的决策矩阵的不完全信息填充

多因素的决策矩阵计算过程中的某个缺失值应该由参与决策的其余影响因素共同决定,其公式为:

$$s_{ij}^k = \sum_{p \in V-k} s_{ij}^p \times Confi(p) = \sum_{p \in V-k} s_{ij}^p \times \frac{Confi(p)}{\sum_{p-k} Confi(p)} \quad (8)$$

其中, s_{ij}^k 代表影响因素 k 的决策矩阵中第 i 行第 j 列的值为 s_{ij}, Confi(p) 为一个影响因素对最终决策的影响程度,

$Confi(p) = \frac{Confi(p)}{\sum_{p-k} Confi(p)}$ 代表其它所有影响因素的影响程度进行缩放,使其总和为 1。

评价一个算法性能好坏的指标有很多,由于战场形势瞬息万变,以及本文主要采用迭代法解决 PageRank 问题,评价指标主要包括算法的迭代次数和算法的矩阵向量乘积次数。

3 案例分析

3.1 问题建模

在信息不完善的背景下,基于多因素的决策矩阵的犹豫模糊决策过程,以一个导弹发射方案选择为研究对象。

表 1 四种考虑因素

| 考虑因素 | 原因 |
|------|----|
|------|----|

| | |
|------------------------|--|
| 隐身能力 x ₁ | 降低舰载雷达探测发现的概率,增加防御方的拦截难度,扩大打击纵深 |
| 防区外攻击能力 x ₂ | 搭载平台可以在敌防空武器系统防御圈外较远距离实施攻击 |
| 突防能力 x ₃ | 赋予导弹高过载的机动能力,通过持续变向加速,改变飞行轨迹; 拥有航路规划功能,可以规避航路上已知的敌方拦截火力 |
| 协同作战能力 x ₄ | 能够实现发射平台与飞行中的 JSM 导弹交换数据;凭借 A 射 B 导的作战模式,实现组网攻击,对目标进行分布式杀伤 |

现准备选择某款导弹对某目标进行精确打击,目前有四款导弹方案 A_i (i = 1, 2, 3, 4) 备选。在选择过程中主要考虑四个影响因素 P = {p₁, p₂, ..., p_m} , 从 x_j (j = 1, 2, 3, 4) 四个方面确定导弹最终型号。由于每一个影响因素侧重点不同等原因,考虑因素不一定全面,因此可能出现决策矩阵信息缺失的情况。假设经过电脑分析,这四个影响因素的评估矩阵如下:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & - & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.1 & - \\ - & 0.2 & - & 0.8 \\ 0.5 & 0.3 & 0.7 & 0.1 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.1 & - \\ - & 0.5 & 0.3 & 0.8 \\ 0.6 & 0.1 & - & - \\ 0.1 & - & 0.4 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.3 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & - & - \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 & - \\ 0.7 & 0.6 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix} \quad P_4 = \begin{bmatrix} 0.8 & - & 0.6 & 0.1 \\ - & 0.3 & 0.4 & 0.7 \\ 0.3 & - & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix}$$

假设各影响因素的关联程度如图 1 所示。圆圈代表影响因素,边代表各影响因素之间彼此关联,边上的权重表示各影响因素的关联程度。

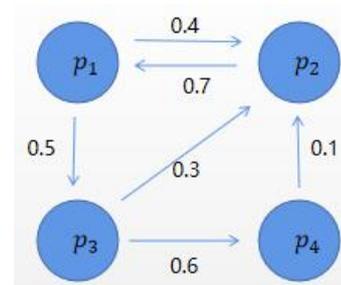


图 1 有向决策网络

对应的关联程度决策网络邻接矩阵为:

$$\begin{bmatrix} \infty & 0.4 & 0.5 & 0 \\ 0.7 & \infty & 0.3 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & \infty & 0.6 \\ 0 & 0.1 & 0.6 & \infty \end{bmatrix}$$

3.2 模型求解

步骤 1. 计算各影响因素的关联程度

首先,四个影响因素对决策结果的初始影响程度都为 0.25,由图 1 易知,

$$\text{Confi}(p_1) = 0.3, \text{Confi}(p_2) = 0.2$$

$$\text{Confi}(p_3) = 0.35, \text{Confi}(p_4) = 0.2$$

第一次迭代之后,影响因素对最终决策结果的影响程度由0.25依次更新为0.3、0.2、0.35、0.2,由于各影响因素对最终决策结果的影响程度尚未收敛,因此需要继续迭代更新。到第13次更新时,各影响因素其影响因子已经稳定,最终结果为0.5424, 0.3945, 0.5647, 0.4112。

步骤2 计算专家评估矩阵缺失值

影响因素的评估矩阵的空缺值存在两种情况:一种是只存在一个影响因素评估矩阵的评估值空缺情况,另一种是存在两个影响因素评估矩阵的评估值空缺情况。因此,针对以上两种情况,按照公式(7)分别进行计算。

(1) 评估矩阵某位置只存在一个影响因素缺失的情况:

$$\text{Confi}(2) = 0.2879, \text{Confi}(3) = 0.4121, \text{Confi}(4) = 0.3001$$

根据公式(7)可得:

$$s_{13}^1 = 0.3361, s_{31}^1 = 0.3344$$

针对其余影响因素,需要重新计算各影响因素影响因子的标准化结果,然后按照公式计算,因此,这四个影响因素的评估矩阵更新为

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & \underline{0.3361} & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.1 & - \\ \underline{0.3344} & 0.2 & - & 0.8 \\ 0.5 & 0.3 & 0.7 & 0.1 \end{bmatrix} P_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.1 & \underline{0.3349} \\ - & 0.5 & 0.3 & 0.8 \\ 0.6 & 0.1 & - & - \\ 0.1 & \underline{0.4037} & 0.4 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.3 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & \underline{0.4461} & - \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 & - \\ 0.7 & 0.6 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix} P_4 = \begin{bmatrix} 0.8 & \underline{0.5076} & 0.6 & 0.1 \\ - & 0.3 & 0.4 & 0.7 \\ 0.3 & \underline{0.3636} & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix}$$

(2) 评估矩阵某位置存在两个影响因素缺失的情况:

$$\text{Confi}(2) = 0.4896, \text{Confi}(4) = 0.5104$$

s_{24}^1 和 s_{24}^3 的评估值由影响因素2和影响因素4共同决定,因此可得

$$s_{24}^1 = s_{24}^3 = 0.7490$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & \underline{0.3361} & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.1 & \underline{0.7490} \\ \underline{0.3344} & 0.2 & \underline{0.4062} & 0.8 \\ 0.5 & 0.3 & 0.7 & 0.1 \end{bmatrix} P_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.1 & \underline{0.3349} \\ \underline{0.6531} & 0.5 & 0.3 & 0.8 \\ 0.6 & 0.1 & \underline{0.3510} & \underline{0.7490} \\ 0.1 & \underline{0.4037} & 0.4 & 0.7 \end{bmatrix}$$

参考文献:

[1] 彭定洪,饶宏伟.含多重偏见的犹豫模糊群体决策方法[J].模糊系统与数学,2022,36(02):49-59.
 [2] 康文倩.犹豫模糊集的模糊偏好关系及其在多属性决策中的应用[D].广西大学,2018.
 [3] 胡钱英.基于链接矩阵分析的PageRank算法研究[D].电子科技大学,2020.
 [4] 罗木生,张毅,王培源,王凯丽.F-35机载JSM空舰导弹性能分析[J].飞航导弹,2020(10):22-25.

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.3 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & \underline{0.4461} & \underline{0.7490} \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 & \underline{0.4688} \\ 0.7 & 0.6 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix} P_4 = \begin{bmatrix} 0.8 & \underline{0.5076} & 0.6 & 0.1 \\ \underline{0.5042} & 0.3 & 0.4 & 0.7 \\ 0.3 & \underline{0.3636} & 0.6 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix}$$

(3) 合成犹豫模糊矩阵并对方案进行排序

在合成犹豫模糊矩阵之前,首先需要根据影响因子对各个影响因素的评估矩阵进行更新,其公式为

$$p' = p \times \text{Confi}(\cdot) \quad (9)$$

因此,合成的犹豫模糊矩阵如表2所示

表2 犹豫模糊矩阵

| | 隐身能力 x_1 | 防区外攻击能力 x_2 | 突防能力 x_3 | 协同作战能力 x_4 |
|-------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| P_1 | {0.056, 0.049, 0.017, 0.435} | {0.175, 0.221, 0.261, 0.412} | {0.058, 0.032, 0.089, 0.406} | {0.042, 0.036, 0.021, 0.080} |
| P_2 | {0.091, 0.171, 0.156, 0.381} | {0.022, 0.155, 0.021, 0.153} | {0.021, 0.062, 0.085, 0.204} | {0.102, 0.301, 0.259, 0.403} |
| P_3 | {0.072, 0.042, 0.017, 0.153} | {0.066, 0.012, 0.011, 0.062} | {0.289, 0.232, 0.295, 0.406} | {0.189, 0.149, 0.143, 0.079} |
| P_4 | {0.113, 0.038, 0.261, 0.081} | {0.082, 0.123, 0.156, 0.102} | {0.291, 0.195, 0.021, 0.204} | {0.024, 0.265, 0.012, 0.204} |

再犹豫模糊加权平均(HFWA)算子,最后可以求出 $s(h_i)(i=1,2,3,4)$, $s(h_1) = 0.1434$, $s(h_2) = 0.1678$, $s(h_3) = 0.1382$, $s(h_4) = 0.1290$

最终方案的优先排序顺序为 $P_2 > P_1 > P_3 > P_4$,原犹豫模糊矩阵计算方式计算的结果为 $P_3 > P_2 > P_4 > P_1$ 。原本排名第2的方案 P_2 已成为最优方案,其计算过程的迭代次数只有13次,表明该模型性能较好。

4 结论

本文提出了一种决策过程信息缺失背景下,基于各影响因素之间有向的决策网络的犹豫模糊多属性群决策方法,并以发射导弹类型为背景,通过多因素关联决策网络来计算各影响因素权重和决策缺失值,以代替犹豫模糊中完全凭经验做决策。该方法在决策矩阵元素扩充时考虑了各影响因素对决策结果的影响,依据各影响因素的关联程度进行计算;在群决策中提出了有向的决策网络的概念,多因素间依据对决策结果影响的关联程度进行赋值,关联性更高的影响因素权重更高,给出了一种更科学的方法计算各影响因素之间的权重。最后,依据改进PageRank算法对各影响因素进行迭代计算,从而验证所提出方法的有效性和实时性。