

数形结合思想与数学核心素养融合教学研究

陈焕桐¹ 张御²

1.广州外国语学校国际部 广东 广州 511400

2.银河互联网电视有限公司 北京 100160

【摘要】：数学核心素养是国际高中数学教学改革的核心导向，重点培育学生数学抽象、几何直观、逻辑推理与数学运算关键能力，契合国际课程思维应用与逻辑建构的育人要求。数形结合思想依托“以形助数、以数解形”双向转化逻辑，衔接抽象数学关系与直观图形表征，贴合高中生认知发展规律。本文立足国际高中数学教学实际，以统计学入门知识的教学为实践载体，探析数形结合思想与数学核心素养的内在契合点，梳理二者融合教学表层化、目标模糊化、评价单一化等现存困境，提出针对性融合实施路径与教学优化策略，并结合 PDF 与 CDF 累加运算、分布众数求解、均匀分布应用等教学案例佐证融合育人实效，为国际高中数学课堂落实核心素养、常态化渗透数形结合思想、破解抽象概率教学难点提供实践参考。

【关键词】：数形结合思想；数学核心素养；融合教学

DOI:10.12417/2982-3803.26.02.003

数形结合是高中数学核心思想方法，更是国际高中概率统计模块教学的关键依托。国际高中连续型随机变量章节知识抽象、运算复杂，涵盖分段概率密度函数累加、分布众数求解、均匀分布概率计算等重点内容，学生仅靠纯代数运算难以理解概率本质。本文聚焦国际高中连续型随机变量教学，探究数形结合与数学核心素养深度融合的教学实施路径，助力素养导向数学教学落地生根。

1 数形结合思想与数学核心素养的内在契合性

1.1 契合数学抽象素养：以形载数，实现具象到抽象认知跃迁

数学抽象是数学六大核心素养的根基与前提，要求学生能够从复杂数学情境与具体问题中，有效剥离无关非本质属性，精准提炼核心数量关系、函数变化规律与标准化数学模型，也是国际高中连续型随机变量概率教学首要培育的基础性核心素养。连续型随机变量知识体系中，概率密度函数 PDF、累积分布函数 CDF 多为分段式抽象函数表达式，纯代数积分计算步骤烦琐、变量累加逻辑隐蔽性强，学生仅依靠死记公式、机械代入运算，根本无法理解概率累积生成的数学本质，数学抽象素养培育更是无从谈起。以分段概率密度函数教学为例，例题中给定 PDF 分段定义为：当 $1 < x < 2$ 时， $f(x) = 1/5$ ；当 $2 \leq x \leq 4$ 时， $f(x) = 1/5(x-1)$ ；其余区间概率密度均为 0。教师在教学中严格依托数形结合“以形助数”思路，先引导学生精准绘制该分段 PDF 图像，第一段为高度 0.2 的水平线段，第二段为从 $x=2$ 到 $x=4$ 持续上升的斜线段，整体形成不规则梯形面积图形。求解 CDF 累积概率时，不再直接让学生生硬分段积分，而是引导学生理解“概率数值就是图像下方对应区间的面积”，1 到 2 区间直接算矩形面积，2 到 4 区间需要累加前一段固定面积再叠加梯形积分面积。学生通过图形直观看清数值累加与面积叠加的对应关系，再反向推导积分公式，逐步从具象图形感知提炼出分段函数累积概率的抽象规律，稳步完成具象认知到抽

象建模的思维跃迁，扎实培育数学抽象素养。

1.2 契合几何直观素养：数形互化，直观研判图形核心特征

几何直观素养核心要求学生熟练运用图形描述数学问题、借助图形直观研判数学核心特征、依托图形简化复杂解题流程，而数形结合思想核心要义就是以数解形、以形析数的双向互化，二者培育目标高度适配、育人逻辑同频共振。国际高中连续型随机变量教学板块中，分布众数 mode 求解是高频基础考点，传统纯代数教学模式需要学生通过求导、找极值、判最值等复杂运算完成解题，步骤繁杂且学生极易计算出错，而依托数形结合开展教学可大幅简化解题流程，凸显几何直观素养培育价值。在连续随机变量分布 mode 众数专项教学中，采用典型分段线性概率密度函数案例，函数分段设置为：当 $0 \leq x < 2$ 时， $f(x) = 1/10x$ ；当 $2 \leq x < 10$ 时， $f(x) = 1/4 - 1/40x$ ；区间外取值均为 0。教师带领学生先绘制完整 PDF 函数图像，图像呈现标准三角形走势，从原点开始斜向上递增，在 $x=2$ 处达到峰值最高点，随后逐步斜向下递减至 $x=10$ 处归零。教学中明确连续分布众数定义为 PDF 函数最大值对应的横坐标位置，无需学生进行求导运算、无需复杂代数计算，只需直观观察图形峰值顶点坐标，直接读出最高点对应数值为 $x=2$ ，即可快速确定该分布众数为 2。学生全程依靠图形直观研判核心数值规律，摆脱代数运算负担，熟练掌握数形互化思维，持续夯实几何直观素养。

1.3 契合逻辑推理素养：数形佐证，严谨推导数学规律结论

逻辑推理素养要求学生依托已有数学基础知识与学习经验，通过观察对比、归纳分析、猜想验证等系列思维过程，自主严谨推导数学结论、厘清数学内在规律，数形结合思想能够为整个推理过程提供直观图形支撑，让抽象推理有迹可循、有据可依，保障推理过程的科学性与严谨性。国际高中均匀分布作为连续型随机变量的基础特殊分布，概率计算、区间取值、

CDF与PDF互逆关系等知识点推理过程抽象枯燥,学生难以自主理解规律成因,只能机械套用公式解题。以国际高中标准均匀分布典型例题为例,设定随机变量 X 服从区间 $[2,8]$ 上的均匀分布,区间总长度为6,PDF固定为常数 $1/6$,概率图像呈现规整矩形图形形态。教学中依托数形结合数形佐证逻辑,先绘制该均匀分布矩形图形,横轴标注取值2至8,纵轴固定高度 $1/6$,引导学生结合矩形面积公式推理概率计算逻辑,任意子区间概率直接对应小段矩形面积。教师再结合图形带领学生分步推理CDF累积函数公式,从左端点开始逐步累加矩形面积,同时反向推导CDF求导还原PDF的互逆关系,让学生直观看懂积分与求导的图形意义。学生在图形辅助下完整经历猜想、验证、归纳、总结的推理全过程,彻底理解均匀分布概率计算核心逻辑,不靠死记硬背公式,稳步提升逻辑推理核心素养。

2 数形结合思想与数学核心素养融合教学的现存困境

2.1 思想渗透表层化:数形结合运用流于形式

部分国际高中数学教师对数形结合思想的核心内涵、育人价值与思维属性理解不够深入,在认知层面存在明显偏差,简单将数形结合思想等同于简单画图辅助解题,仅在学生解题遇到计算困难、思路卡顿的情况下,才临时引导学生简单绘制辅助图形应急解题,并未将数形结合思想贯穿课前教学设计、课中探究互动、课后巩固提升的教学全过程,更没有深度挖掘数形结合思想背后蕴含的数学思维培育价值与综合育人价值。在连续型随机变量常态化教学实践中,教师大多只注重学生画图是否规范、图形是否标准等表面形式要求,忽视对学生数与形双向转化思维、数形转化逻辑、数形互化方法的系统性专项培养,导致学生仅掌握基础画图解题的简单技巧,却无法真正理解数量关系与图形表象之间的内在本质关联,不会主动运用数形结合思想自主分析复杂概率问题、拆解解题难点、梳理解题思路,数形结合思想育人作用难以发挥,核心素养培育自然难以落地。

2.2 素养目标模糊化:融合教学缺乏针对性

多数国际高中数学教师在开展数形结合融合教学设计时,缺乏对数学核心素养目标的分层细化、精准拆解,未能清晰明确数形结合思想不同应用场景、不同教学知识点与数学抽象、几何直观、逻辑推理等核心素养之间的精准对应关系,导致课堂教学活动设计盲目化、随意化,思想方法渗透与核心素养培育无法实现精准对接、精准育人。在连续型随机变量、均匀分布、众数求解等重点内容教学中,部分教师依旧沿用传统重知识讲解、重解题训练、轻思维培育、轻素养提升的老旧教学理念,将课堂教学核心重点完全放在概率公式讲解、解题步骤示范、刷题强化训练上,片面追求学生做题正确率与考试分数,

忽视对学生抽象思维塑造、几何直观感知、逻辑推理训练等核心素养的常态化培育,最终导致数形结合与核心素养融合教学沦为表面化、形式化融合,无法实现知识传授、思想渗透、素养培育三位一体的协同育人目标。

2.3 教学评价单一化:难以支撑融合育人导向

当前国际高中数学学科教学评价模式,仍以传统终结性笔试评价为绝对主体,评价内容与评价标准过度聚焦学生解题步骤规范度、题目答案正确率、单元测试及学期考试分数排名等显性结果指标,完全忽视对学生数形结合思想运用能力、数形转化思维过程、课堂探究参与程度、核心素养实际发展水平等隐性思维指标的综合评价。在连续型随机变量教学评价过程中,教师往往只关注学生最终计算结果是否正确、函数图像绘制是否规范、解题步骤是否完整,完全忽略对学生数与形转化思维过程、自主探究思考过程、解题思路创新过程的针对性评价与个性化指导,直接导致学生过度关注解题最终结果,忽视数学思想方法积累与自身思维能力、核心素养的持续提升,严重背离核心素养导向下融合教育的根本育人初衷。

3 数形结合思想与数学核心素养融合教学的实践路径

3.1 细化融合目标:实现思想与素养的精准对接

首先,严格结合国际高中各年级学段教学特点制定差异化融合目标,低年级阶段侧重引导学生初步感知数形结合基础思想,通过简单图形与基础数量转化训练,重点培育学生直观感知能力与基础推理意识;高年级阶段侧重引导学生熟练掌握数形结合核心方法,能够灵活运用以形助数、以数解形双向转化方法解决复杂概率数学问题,重点提升学生几何直观、数学运算与逻辑推理能力;在毕业班阶段侧重引导学生灵活运用数形结合思想破解压轴难题,全面培育数学抽象、高阶推理与创新应用素养。其次,结合连续型随机变量、均匀分布、众数求解等具体知识点细化课时教学目标,精准匹配对应核心素养,实现一知识点一融合、一课堂一目标,让数形渗透有据、素养培育有踪。

3.2 整合教学内容:挖掘数形结合的融合切入点

一方面,教师需深度深挖教材中天然蕴含的数形结合优质教学资源,系统梳理连续型随机变量全章节数形结合核心切入点,把分段PDF与CDF转换、分布众数图像求解、均匀分布面积算概率等核心素材,全部与数学抽象、几何直观、逻辑推理素养培育目标深度绑定,优化课堂教学内容设计。另一方面,严格贴合学生认知规律整合教学内容,把抽象概率函数解析式与直观函数图像深度整合,引导学生常态化通过观察图像分析函数性质、依托图像推导概率规律、借助图形简化复杂运算,实现数与形双向转化常态化。

3.3 创新教学方法：引导学生主动参与融合过程

首先，常态化采用探究式课堂教学法，围绕连续型随机变量数形结合核心知识点设置分层递进探究任务，引导学生自主观察图像、分析数形关联、归纳数学规律、验证推理结论，让学生在自主探究中掌握数形转化方法、培育推理素养。其次，合理采用小组合作研讨教学法，将学生划分为若干学习小组，围绕众数图像求解、均匀分布数形推理等核心问题开展合作交流、思路分享、方法研讨，互助完善数形转化解题思路，提升合作探究能力与思维水平。

4 数形结合思想与数学核心素养融合教学的保障策略

4.1 强化师资建设：提升教师融合教学专业能力

学校需定期开展专项教研培训活动，培训内容聚焦数形结合思想核心内涵、数学核心素养培育标准、连续型随机变量融合教学设计方法与课堂实施策略，邀请教研专家、一线优秀骨干教师开展专题讲座与优秀案例分享，帮助教师深化融合教学认知，熟练掌握融合教学实操技巧。同时常态化搭建校内校外教研交流平台，组织教师围绕数形结合融合教学重难点问题开展集体备课、教研研讨、听课评课，互鉴优秀教学经验，持续提升教师融合教学专业实操能力。

4.2 深化资源开发：丰富融合教学的素材支撑

一方面，深度挖掘教材内部潜在数形结合教学资源，以核心素养培育为导向，系统梳理连续型随机变量章节所有蕴含数形结合思想的知识点、典型例题与课后习题，配套编制专项教

学设计、教学课件、知识点梳理手册与数形结合专项练习题，明确每个知识点融合切入点与教学实施步骤，避免融合教学盲目化、随意化。另一方面，积极开发生活化、数字化特色教学资源，结合学生生活实际设计数形结合生活化案例，依托多媒体技术制作动态微课、互动课件与动画演示素材，让数形结合教学更具趣味性、直观性与实效性，助力学生深化思想理解、提升核心素养。

4.3 完善评价体系：发挥评价的融合导向作用

在评价内容上，不仅评价学生解题结果正确率、图形绘制规范度等显性指标，更要把学生数形结合思想运用能力、数形转化思维过程、自主探究能力与核心素养发展水平纳入核心评价范围。在评价方式上，常态化开展课堂观察、作业反馈、小组互评、学生自评等过程性评价，及时捕捉学生学习表现与思维进步，有针对性开展个性化教学引导；结合单元检测、期末测评开展终结性评价，综合考查学生知识掌握、思想运用与素养发展整体情况，以科学评价倒逼融合教学落地见效。

5 结语

数形结合思想作为数学学科基础性核心思想方法，与数学核心素养培育工作具备天然内在契合性，是新时代国际高中数学课堂落实素养育人目标、提升整体教学质量的核心有效路径。二者深度融合教学，既能够帮助学生深度理解连续型随机变量等抽象数学知识、熟练掌握解题方法技巧，又能系统培育学生数学抽象、几何直观、逻辑推理等关键核心素养，实现知识传授、思想渗透与素养发展三位一体协同育人。

参考文献：

- [1] 马心才.数形结合思想在数学教学中的渗透探究[J].成才之路,2026,(04):57-60.
- [2] 张银娟.运用数形结合思想解决一次函数问题策略探析[J].成才之路,2025,(03):101-104.
- [3] 韩虹.核心素养下数形结合思想的渗透与应用[J].小学教学设计,2024,(14):68-70.
- [4] 沈爱平.经由数学思想,走向核心素养——以数形结合思想的教学为例[J].数学教学通讯,2021,(32):43+82.
- [5] 黄英.渗透数学思想,丰润核心素养——核心素养指向下的数形结合思想教学[J].数学大世界(下旬),2020,(07):96.