核心素养视角下的初中数学几何模型应用与解题方法研究

——以相似三角形模型为例

杨 令 赵永祥

重庆三峡科技大学 重庆 404020

【摘 要】：在初中数学核心素养培育的背景下，几何模型的构建与应用是连接知识掌握与能力发展的关键纽带。本文以相似三角形模型为研究对象，分析其在初中几何教学中的价值定位，结合核心素养的内涵探究该模型的应用策略与解题方法，旨在为提升学生的数学抽象、逻辑推理、直观想象等核心素养提供实践路径。

【关键词】：核心素养；初中数学；相似三角形；几何模型；解题方法

DOI:10.12417/2982-3803.26.01.018

1 引言

《义务教育数学课程标准（2022 年版）》明确指出，数学课程要培养学生的核心素养，即“会用数学的眼光观察现实世界”、“会用数学的思维思考现实世界”和“会用数学的语言表达现实世界”。在初中阶段，核心素养主要表现为：抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念、推理能力、数据观念、模型观念、应用意识、创新意识。几何作为初中数学的重要组成部分，是培养学生直观想象与逻辑推理素养的核心载体[1]。相似三角形模型是初中几何体系中承上启下的关键内容，它既承接了全等三角形的判定与性质，又为后续三角函数、圆的相关知识学习奠定基础。

当前初中数学几何教学中，部分教师仍存在“重结论轻过程、重解题轻素养”的倾向，学生在面对相似三角形相关问题时，往往难以快速识别模型、构建解题思路，核心素养的培育目标未能有效落地。基于此，本文从核心素养视角出发，探究相似三角形模型的应用要点与解题方法，以期为初中数学几何教学优化提供参考。

2 核心素养与相似三角形模型的内在关联

2.1 数学抽象素养：相似三角形模型的本质提炼

数学抽象素养要求学生能够从具体情境中抽象出数学概念、关系与结构。相似三角形的本质是“形状相同、大小不同”的两个三角形，其模型的构建过程就是抽象素养的体现——将生活中的相似图形（如地图与实际地形、照片与实物）抽象为几何图形，再通过边长、角度的数量关系提炼出相似三角形的判定定理与性质定理。学生通过抽象过程，能够摆脱具体图形的表象束缚，把握相似三角形模型的本质特征。

2.2 逻辑推理素养：相似三角形模型的判定与应用

逻辑推理是数学核心素养的核心，包括合情推理与演绎推理。在相似三角形教学中，合情推理体现为通过观察、测量、类比全等三角形，猜想相似三角形的判定条件；演绎推理则体现为运用已学的平行线性质、三角形内角和定理等，对猜想的判定条件进行严格证明。而在解题过程中，学生需要根据已知条件，推理出三角形相似的依据，再结合相似性质推导结论，这一过程正是逻辑推理素养的培育过程。

2.3 直观想象素养：相似三角形模型的构建与转化

直观想象素养要求学生能够借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化。相似三角形模型的应用离不开直观想象——学生需要通过观察图形的位置关系（如平行型、相交型、母子型相似），识别隐含的相似三角形；在复杂图形中，还需要通过添加辅助线（如作平行线、延长线段），将非标准图形转化为标准的相似三角形模型。这一过程能够有效提升学生的直观想象能力。

3 核心素养视角下相似三角形模型的典型类型与解题分析

3.1 “A”字型相似三角形模型解题分析

例 1：如图，在△ABC 中，AD 是边 BC 上的高，BC = 60，AD = 40,作矩形 EFGH，使它的一边 EF 在 BC 上，顶点 G，H 分别在 AC、AB 上，AD 与 HG 的交点为 M，且矩形长 HG 是宽 HE 的 3 倍。

（1）求证：$\frac{AM}{AD}=\frac{HG}{BC}$；

（2）试求矩形 EFGH 的周长。

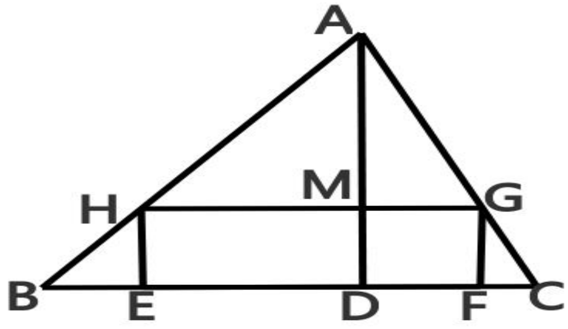


图 1

解析：（1）因为四边形 EFGH 为矩形，所以 HG//EF,所以 HG//BC，所以 $\angle AHG=\angle ABC$，因为 $\angle HAG=\angle BAC$，所以 $\triangle AHG\sim\triangle ABC$,所以$\frac{AM}{AD}=\frac{HG}{BC}$得以证明。

（2）设 HE = x，则 HG = 3x.因为$\frac{AM}{AD}=\frac{HG}{BC}$，所以$\frac{40-x}{40}=\frac{3x}{60}$，解得 $x=\frac{40}{3}$，所以矩形 EFGH 的周长为$2(HE+HG)=2(\frac{40}{3}+40)=\frac{320}{3}$.

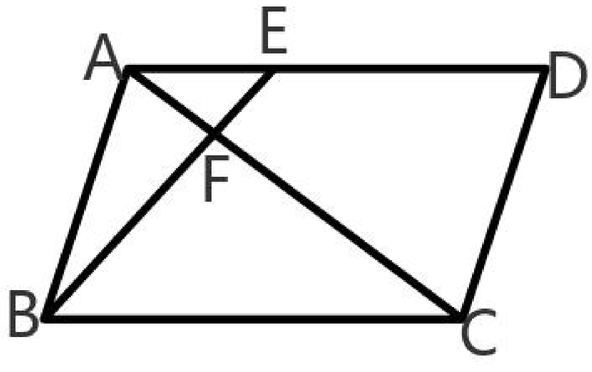
反思：由图可得△ AHG 与△ ABC 有公共顶点 A,根据“A”字型相似三角形模型，可证$\triangle AHG\sim\triangle ABC$；再根据相似三角形对应边成比例，即可求解。

3.2“8”字型相似三角形模型解题分析

例 2：如图，四边形 ABCD 为平行四边形，E 为边 AD 上一点，连接 AC、BE，它们相交于点 F，且$\angle ACB=\angle ABE$。

求证：$AE^2=EF\cdot BE$；

若 AE = 2，EF = 1，CF = 4，求 AF 的长。



解析：(1)因为四边形 ABCD 为平行四边形，所以 AD//BC,所以$\angle EAF=\angle FCB$，因为$\angle ACB=\angle ABE$，所以$\angle ABE=\angle EAF$，因为$\angle AEF=\angle AEB$，所以$\triangle AEF\sim\triangle ABE$,所以$\frac{AE}{BE}=\frac{EF}{AE}$,即$AE^2=EF\cdot BE$得以证明。

（2）因为$AE^2=EF\cdot BE$，AE = 2，EF = 1，所以 BE = 4，所以 $BF=BE-EF=4-1=3$.因为 AD//BC,所以$\angle EAF=\angle FCB$，又因为$\angle AFE=\angle BFC$，所以$\triangle AEF\sim\triangle BFC$,则$\frac{AF}{CF}=\frac{EF}{BF}$,所以$\frac{AF}{4}=\frac{1}{3}$,所以 $AF=\frac{4}{3}$.

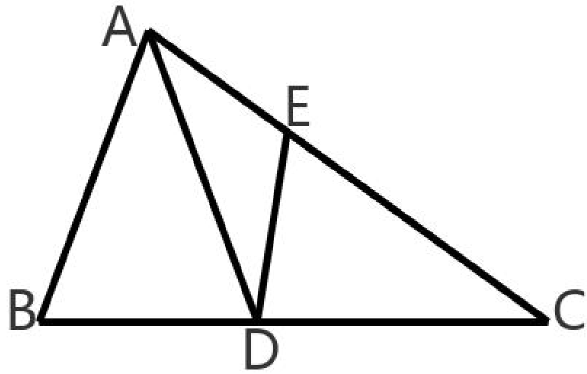
反思：“8”字型模型有一组隐含的对顶角，需要从已知的条件中、图中隐藏条件或通过证明另一对角相等，就可以证明这两对角所在三角形相似.该题由图可知有一对顶角$\angle AFE=\angle BFC$，再根据题目已知条件可证得$\angle EAF=\angle FCB$，所以易证明$\triangle AEF\sim\triangle BFC$。

3.3“母子”型相似三角形模型解题分析

例 3：在△ ABC 中，D 是边 BC 上一点，且满足 AD = AB，$\angle ADE=\angle C$.

（1）求证：$\triangle ADE\sim\triangle ACD$;

（2）若$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CDE}}=\frac{2}{3}$，且 AE = 4,求 AB 的长。



解析：（1）因为$\angle ADE=\angle C$，$\angle A=\angle A$，所以$\triangle ADE\sim\triangle ACD$.

（2）因为$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CDE}}=\frac{2}{3}$,所以$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ACD}-S_{\triangle ADE}}=\frac{2}{3}$,所以$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ACD}}=\frac{2}{5}$,由（1）知$\triangle ADE\sim\triangle ACD$,所以由相似三角形的性质可得$\frac{AE}{AD}=\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$,因为 AE = 4,所以 $AD=2\sqrt{10}$,因为 AD = AB,所以 $AB=2\sqrt{10}$。

反思：“母子”型模型有一组公共角，又已知一对角相等，可以得到两个三角形相似。该题由图可知有一公共角$\angle A=\angle A$，又已知$\angle ADE=\angle C$，所以$\triangle ADE\sim\triangle ACD$。

4 核心素养视角下相似三角形模型教学的优化建议

4.1 创设生活情境，强化数学建模素养

解题教学中以数学模型为基础，以几何直观为辅助手段，通过多角度构建不同模型，一题多解到多题归一，形成通性通法[2]。相似三角形模型在生活中具有广泛的应用，教师可创设生活化情境，如测量旗杆高度、计算河宽、绘制地图等，引导

学生将实际问题转化为相似三角形模型问题。例如，在测量旗杆高度时，可让学生利用自身身高与影长，结合旗杆影长，通过相似三角形对应边成比例计算旗杆高度，让学生体会数学知识的实用性，提升数学建模素养。

4.2 注重过程教学，培育逻辑推理能力

在教学中，教师应改变“直接给出定理—讲解例题—学生练习”的传统模式，采用“猜想—验证—证明—应用”的教学流程。例如，在相似三角形判定定理的教学中，让学生通过测量不同三角形的边长与角度，猜想判定条件，再通过演绎推理证明猜想，最后应用定理解决问题。这一过程能够让学生经历知识的形成过程，培育逻辑推理素养。

4.3 开展变式训练，提升模型迁移能力

通过变式训练，改变相似三角形模型的图形位置、附加条件等，让学生在不同情境中识别模型、应用方法。例如，将平行型相似模型中的平行线位置从三角形内部移到外部，变为“X 型”相似；在相交型相似模型中添加直角条件，变为射影定理模型。变式训练能够提升学生的模型迁移能力，强化直观想象与数学抽象素养。

5 结论

相似三角形模型作为初中几何的核心模型之一，其教学与应用过程与数学核心素养的培育目标高度契合。在教学中，教师应立足核心素养视角，通过模型识别、构建、推理、运算的解题流程，帮助学生掌握相似三角形模型的原理及应用方法；同时，通过创设生活情境、注重过程教学、开展变式训练等策略，实现知识传授与素养培育的有机统一。相似三角形模型不仅是解题工具，更是学生几何思维形成的重要载体[3]。未来，数学教师应不断继续学习和探究，优化教学，进一步发挥模型教学在培养学生数学学科核心素养中的作用，有助于推动初中数学教学质量的发展。

参考文献：

[1] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022 年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022.

[2] 张进,魏光荣.构建基本模型,重视通性通法[J].数理化学习(初中版),2022,(09):27-31.

[3] 冯敏敏.初中几何中的相似三角形模型应用与解题策略研究[J].数理化学习(初中版),2025,(22):56-57.