不等式教学中数学抽象素养的渗透路径

王悦寒

沈阳市第二中学 辽宁 沈阳 110016

【摘 要】：数学抽象素养属于数学核心素养里极为关键的构成部分，是促使学生构建数学思维以及解决繁杂问题的关键能力所在。不等式身为高中数学代数模块里的关键内容，其概念的形成过程、性质的推导过程以及实际应用的整个过程当中，都蕴含着极为丰富的抽象思维训练素材。本文依据《普通高中数学课程标准》的要求，结合 2022 年到 2025 年期间的相关教学研究成果，从概念建构、命题剖析、解题实践、评价反馈这四个维度出发，系统地构建在不等式教学里数学抽象素养的渗透路径。借助具象情境抽象化、特殊案例一般化、解题模型结构化、素养评价多元化这样的教学策略，达成数学抽象素养与不等式知识教学的深度融合，为高中数学核心素养的培育提供实践方面的参考。

【关键词】：不等式教学；数学抽象素养；渗透路径；核心素养；教学策略

DOI:10.12417/2982-3803.25.04.024

随着核心素养导向下基础教育课程改革不断深入，数学教学已经从传统的知识传授转变为“知识+素养”的双重育人目标。《普通高中数学课程标准》明确把数学抽象列为六大核心素养中的首位，其着重突出在形成数学概念、命题、方法以及体系时的基础作用[1]。数学抽象指的是从具体的事物或者现象里提取数学本质属性，舍弃非本质特征，形成符号化、形式化表达的思维过程，它的发展水平直接对学生理解与应用数学知识的能力产生影响。

不等式作为描绘现实世界中不等关系的数学模型，是连接代数与几何、理论与实践的关键载体，其教学内容包含概念定义、性质推导、解法剖析、实际应用等多个方面，其自身有着培养数学抽象素养的优势。然而当下不等式教学仍然存在不少问题：部分教师重视解题技巧传授却轻视概念本质挖掘，致使学生对不等关系的抽象理解仅停留在表面，教学过程中具象情境与抽象思维的转化出现脱节，学生很难从具体问题中提炼出数学模型[2]，评价方式较为单一，无法有效检测学生抽象思维的发展水平。这些问题致使数学抽象素养的培养难以切实达成，对核心素养育人目标的实现造成了影响。

基于此，本文结合近年来不等式教学与核心素养培养的相关研究，探索数学抽象素养在不等式教学中的有效渗透路径，旨在为一线教师提供可操作的教学方案，促进学生数学抽象思维的系统性发展，实现不等式教学的育人价值升级。

1 数学抽象素养与不等式教学的内在关联

数学抽象素养的形成依照“具体—抽象—具体”这样螺旋上升的进程，呈现出从具体实例当中提取本质属性、运用符号语言去表达抽象概念、于新情境里迁移应用抽象结论这三个层次[3]。此发展规律和不等式教学的逻辑路径极为相符，为素养渗透给予了天然的教学载体。

从概念层面看，不等式的形成过程本身就是数学抽象的典型范例。现实生活中的不等现象（如速度限制、资源分配、成本控制等）是具象素材，通过剥离具体情境的非本质特征，抽象出“$a>b$”“$a\leq b$”等符号化表达，形成不等式的核心概念。这一过程对应数学抽象的第一层次，即从具体到抽象的弱抽象过程。在中职数学“一元二次不等式”教学中，通过刹车距离与车速的实际问题，引导学生抽象出“$v^2-10v-200>0$”的数学模型，正是利用具象情境培养弱抽象能力的实践。

从命题层面分析，不等式的性质推导体现了抽象思维的递进发展。从具体的数字不等式（如 $3>2\rightarrow3+1>2+1$）归纳出一般性质（$a>b\rightarrow a+c>b+c$），再通过代数推理证明性质的普适性，经历了从特殊到一般的强抽象过程。这一过程不仅要求学生把握不等关系的本质特征，更需要运用逻辑推理构建抽象命题体系，实现数学抽象与逻辑推理素养的协同发展。正如邢成云等学者所指出的，不等式性质教学应超越“由数归纳结论”的表层模式，迈向“多维推理论证”的深度抽象[4]。

从应用的角度来讲，不等式在实际中的运用体现出了抽象思维有的迁移价值，把抽象的不等式模型用于解决实际问题（如最优化问题、范围确定问题）。它需要学生去完成从抽象到具体的逆向转变，也就是要依据实际的情境来解读抽象符号所有的意义，对模型参数作出调整，并且验证结论的合理性。这样一个过程巩固了对抽象概念的理解，还提升了抽象知识的应用能力，形成数学抽象素养的闭环发展[5]。

2 不等式教学中数学抽象素养的渗透路径

2.1 概念形成阶段：具象—本质的抽象路径

概念教学是数学抽象素养培养的起点，不等式概念的抽象过程应遵循“情境感知—特征提取—符号表征—本质建构”的路径，引导学生从具体情境中自主提炼不等关系的本质属性。

教学中，教师应选取贴近学生生活的真实情境，为抽象思维提供具象支撑。例如，在“基本不等式”教学中，可创设“长方形花圃设计”情境：用 20 米长的篱笆围矩形花圃，如何设计使面积最大？通过计算不同长宽组合的面积（如长 6 米宽 4 米面积 24 ㎡，长 5 米宽 5 米面积 25 ㎡），引导学生感知“周长固定时，长与宽越接近面积越大”的具体规律。在此基础上，剥离“篱笆”“花圃”等非本质特征，抽象出“两个正数的和固定时，乘积的最大值问题”，进而用符号语言表达为“对于正数 a、b，有 $a+b\geq2\sqrt{(ab)}$（当且仅当 a=b 时取等号）”[6]。这一过程中，学生经历了从具体实例到数学问题、从直观感知到符号表达的抽象过程，既理解了基本不等式的本质内涵，又培养了弱抽象能力。

借助信息化工具构建具象与抽象之间的转化桥梁。在一元二次不等式教学过程中，运用 GeoGebra 软件动态呈现二次函数图像与 x 轴的交点关系，当学生拖动图像上的点时，会实时呈现横坐标的取值范围与函数值符号的对应情况[7]。它以直观可视化的形式，帮助学生理解“一元二次不等式的解集本质是二次函数值契合特定符号要求的自变量取值集合”这一抽象结论，突破传统教学里“重图像描述轻本质理解”的限制。

2.2 命题探究阶段：特殊—一般的抽象路径

不等式的性质以及定理等相关命题乃是数学抽象所凝结而成的成果，在对其进行剖析的过程当中，应当着重引导学生从特殊的案例着手，借助归纳以及类比等这类合情推理的方式，去抽象出一般性的规律，之后再运用演绎推理来验证结论的严谨程度，以此达成抽象思维层次的提升。

在“不等式的性质”教学中，采用“类比迁移+归纳抽象”的教学策略。首先引导学生回顾等式的性质（如等式两边加同一个数，等式仍成立），通过类比提出不等式性质的猜想；然后提供特殊案例（如 $2<3\rightarrow2+1<3+1$，$2<3\rightarrow2\times(-1)>3\times(-1)$），让学生通过计算、比较分析案例中不等号方向的变化规律；在此基础上，引导学生舍弃具体数字的特殊性，抽象出一般性质的文字表述，再用符号语言表达为“若 $a<b$，则 $a+c<b+c$”“若 $a<b$，$c<0$，则 $ac>bc$”。最后通过代数推理证明性质的普适性，使学生体会从特殊到一般的强抽象过程，理解抽象命题的形成逻辑。

对于复杂不等式命题（如柯西不等式、排序不等式），可采用“分层抽象”的教学路径。先从二维形式入手（如 $(a_1^2+a_2^2)(b_1^2+b_2^2)\geq(a_1b_1+a_2b_2)^2$），通过具体数值验证（如 $(1^2+2^2)(3^2+4^2)\geq(1\times3+2\times4)^2$）、几何意义解读（向量数量积的绝对值不大于向量模长的乘积）等方式，帮助学生建立具象认知；再逐步推广到三维、n 维形式，引导学生抽象出命题的一般结构“$(\sum a_i^2)(\sum b_i^2)\geq(\sum a_ib_i)^2$”，培养学生的高阶抽象思维能力[8]。这一过程中，学生不仅掌握了命题的内容，更理解了命题抽象的层次与方法。

2.3 解题实践阶段：模型—迁移的抽象路径

解题属于数学抽象素养的运用以及深化进程，不等式解题教学需要着重引导学生构建抽象模型，提炼解题思维方法，达成从具体问题至抽象模型的转变，接着把抽象方法迁移运用至新的问题情境之中。

在不等式解法教学里，着重突出“模型归类+本质抽象”，把一元一次不等式、一元二次不等式、分式不等式、绝对值不等式等不同种类的解法，抽象成为“等价转化”的核心思想模型：也就是借助代数变形，把复杂不等式转变为简单不等式来求解。比如分式不等式 $(x+1)/(x-2)>0$ 等价转变为 $(x+1)(x-2)>0$，绝对值不等式 $|x-3|<2$ 等价转变为 $-2<x-3<2$，其本质都是借助不等式的性质把非标准形式转变为标准形式，凭借这种模型化抽象，帮助学生形成“具体问题—抽象模型—求解转化—检验应用”的解题思维链，提高解题的灵活性与深刻性

在不等式综合应用与实际问题解决中，强化“情境建模—抽象迁移”的路径。例如，在解决“最大利润”“最优方案”等实际问题时，引导学生经历“分析情境中的不等关系→抽象出不等式模型（含约束条件与目标函数）→求解模型→检验实际意义”的完整过程。以商品定价问题为例：某商品进价为每件 30 元，售价为每件 x 元，销售量为 $100-2(x-40)$ 件（$x\geq40$），求售价定为多少时利润最大？学生需要从情境中抽象出利润函数 $L=(x-30)[100-2(x-40)]$，再转化为二次函数的最值问题，利用基本不等式或配方法求解。这一过程既培养了学生从实际问题中提炼数学模型的抽象能力，又实现了抽象知识的迁移应用。

2.4 评价反馈阶段：多元—进阶的抽象路径

科学评价对于数学抽象素养的培养而言是非常关键的保障，需要构建起有多元化以及进阶性特点的评价体系，以此全面检测学生抽象思维的发展状况，为素养的渗透提供反馈以及调整的依据。

采用将“过程性评价与终结性评价”相结合的方式，过程性评价会关注学生在概念抽象、命题剖析、解题建模等表现，就像在不等式概念教学当中，会凭借课堂提问来检测学生对于符号化表达的理解程度。在命题剖析时，会观察学生从特殊到一般的归纳抽象能力，在解题过程里，会评价学生构建模型的准确性与灵活性。终结性评价则是凭借综合性试题来检测学生抽象素养的整体水平，试题设计应当注重情境的创新性以及抽象的层次性，比如设计跨学科情境，要求学生抽象出不等式模型并求解，引入“素养水平层级”评价标准，参照数学核心素养的水平划分，把不等式教学中数学抽象素养分成三个层级：水平

1：可从具体情境里识别不等关系，用简单符号表示不等式，水平 2：可抽象出不等式的本质属性与性质规律，构建基本解题模型，水平 3：可在复杂情境中自主抽象不等式模型，灵活运用抽象方法解决问题，并且进行拓展迁移。凭借层级评价，精准定位学生的素养发展水平，为个性化教学提供依据。

3 结论

数学抽象素养的培育乃是不等式教学里关键的育人目标之一，其有效渗透需依赖科学的教学路径以及策略。本文所构建的“概念形成阶段从具象到本质抽象、命题剖析阶段由特殊至一般抽象、解题实践阶段从模型到迁移抽象、评价反馈阶段呈多元到进阶抽象”的四维路径。遵循了数学抽象素养的发展规律以及不等式教学的逻辑特性，达成了知识教学与素养培育的有机融合。

在教学实践过程中，教师应当依据不等式的教学内容，创设真实且有效的教学情境，借助信息化工具搭建起具象与抽象之间的桥梁，借助归纳、类比、建模等各类教学活动，引导学生经历完整的抽象思维进程。依托科学的评价体系，持续留意学生抽象素养的发展态势，不断优化教学策略。只有这样，才可切实将数学抽象素养的培养落实到位，推动学生数学思维品质的全面提高，达成核心素养导向下不等式教学的育人价值。

未来的研究可以结合具体的课例，展开实证研究，检验渗透路径的实践成效，为不等式教学中核心素养的培育提供更具针对性的理论支撑以及实践指导。

参考文献：

[1] 王尚志,邢成云。高中数学核心素养培育的实践路径研究[J].数学通报,2025,64(3):12-17.

[2] 杨惠敏.基于逻辑推理素养的高中不等式教学研究[D].广州大学,2021.

[3] 樊青冬.基于核心素养的中职数学信息化教学实践与思考——以“一元二次不等式”为例[J].前卫,2023(1):65-68.

[4] 邢成云,高孝军.数形融合类比迁移推理进阶——构建“不等式的性质”深度学习的结构化路径[J].数学通报,2024,63(10):17-21.

[5] 李凤兰.基于核心素养的高中化学教学目标分层设计与评价策略研究[J].微型计算机,2025(8):169-171.

[6] 蒋彤.建构教学:初中数学抽象思维培养“五步曲”——以《不等式的基本性质》课堂教学为例[J].教育进展,2025,15(8):472-477.

[7] 鲍建生.数学核心素养在初中阶段的主要表现之一:抽象能力[J].中国数学教育(初中版),2022(5):3-9.

[8] 章建跃.核心素养导向的初中数学教学变革——以“数与式”为例[J].中学数学教学参考,2023(2):2-5.